# WEITERENTWICKLUNG DES RAINFLOW-VERFAHRENS AM BEISPIEL VON SCHWINGUNGSEMISSIONEN AUS DER WÄLZLAGERDIAGNOSTIK

Von der Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik der Technischen Universität Carolo Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte

## DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Jan Henrik Weychardt

#### aus Bremen

Eingereicht am:26. Juni 2000Mündliche Prüfung am:12. März 2001Berichterstatter:Prof. Dr.-Ing. P. BrüserProf. Dr.-Ing. H.-J. Franke

2001

Berichte aus dem Maschinenbau

Jan Henrik Weychardt

Weiterentwicklung des Rainflow-Verfahrens am Beispiel von Schwingungsemissionen aus der Wälzlagerdiagnostik

> Shaker Verlag Aachen 2001

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Weychardt, Jan Henrik: Weiterentwicklung des Rainflow-Verfahrens am Beispiel von Schwingungsemissionen aus der Wälzlagerdiagnostik/ Jan Henrik Weychardt. Aachen : Shaker, 2001 (Berichte aus dem Maschinenbau) Zugl.: Braunschweig, Techn. Univ., Diss., 2001 ISBN 3-8265-9597-1

Copyright Shaker Verlag 2001

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8265-9597-1 ISSN 0945-0874

> Shaker Verlag GmbH • Postfach 1290 • 52013 Aachen Telefon: 02407/9596-0 • Telefax: 02407/9596-9 Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

#### Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Maschinenelemente und Fördertechnik der Technischen Universität Braunschweig.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. P. Brüser, dem Leiter des Instituts, der mir mit dieser Arbeit ein interessantes und ergiebiges Betätigungsfeld anvertraute und mir bei deren Durchführung in jeglicher Hinsicht wertvolle Unterstützung zukommen ließ. Herrn Prof. Dr.-Ing. H.-J. Franke, dem Leiter des Instituts für Konstruktionslehre, Maschinen- und Feinwerkelemente und Vorsitzenden der Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik der TU Braunschweig danke ich für die Übernahme des Koreferats und das Interesse an der vorliegenden Arbeit. Weiterhin gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. D. Thormann für die Übernahme des Vorsitzes in der Prüfungskommission.

Ebenfalls möchte ich mich bei allen Mitarbeitern des Instituts bedanken, die durch ihre tatkräftige und motivierende Mithilfe zum Gelingen dieser Arbeit beitrugen. Besonders hervorzuheben sind die mehrjährige Zusammenarbeit mit den damaligen studentischen Hilfskräften Juliane Bode und Thomas Gronau beim Aufbau der Prüfstandssteuerung bzw. Entwickeln der Auswertesoftware. Sehr wertvolle Impulse bekam ich durch die theoretischen Studienarbeiten von Carsten Röhr und Heiko Turner. Stellvertretend für die vielen anderen seien Frau Christine Jähne, die Herren Rolf Meier und Wolfgang Kunath sowie Rüdiger, Paul, Olli, Katja, Kai, Jörn, Günther, Claus, Ben, Astrid und Andi (in umgekehrt alphabetischer Reihenfolge) genannt.

Unschätzbar wertvolle Unterstützung bekam ich ebenso auf privater Ebene. So hatte ich mit Herrn Dieter Röhrig einen intensiven Austausch über Steuerungselektronik und Wälzlagerungen von Bandmaschinen. Und nachdem meiner lieben im Examen befindlichen Frau Karin und mir das Glück der Geburt unserer Tochter Sinja zuteil wurde, galt es, ein Betreuungsproblem zu lösen. Die Großeltern Edith Wendtlandt sowie Martina und Heiner Weychardt und die Tagesmutter "Ela" ermöglichten mit großem Engagement die rechtzeitige Fertigstellung dieser Arbeit. Ihnen allen gilt mein herzlichster Dank.

Braunschweig, Ostern 2000 und Flensburg, im Oktober 2001

Jan Henrik Weychardt

Lieber Arne,

Froge Ostern!

## Inhalt

1	Einleitung	1
1.1	Die Wälzlagerdiagnostik	2
1.2	Heutiger Wissensstand	4
1.3	Zielsetzung	5
2	Prüfstand und Messdatengewinnung	8
2.1	Prüfstand	8
2.2	Prüflager	14
2.3	Messtechnik	15
2.3.	1 Auswahl der Schwingungssensoren	16
2.3.	2 Messkette zur Schwingungserfassung	18
2.3.	3 A/D-Karte	20
3	Versuchsplanung und –durchführung	22
3.1	Organisation, Normierung und Systematisierung der Einflussgrößen	22
3.1.	1 Lagertyp	23
3.1.	2 Laufdauer	23
3.1.	3 Radiallast, Axiallast, Drehzahl	24
3.1.	4 Messkanal	25
3.2	Ermittlung von Versuchsdauern	26
3.3	Durchgeführte Versuche	28
3.4	Steuerungstechnik	30
3.4.	1 Installation und Konfiguration der I/O-Karten	30
3.4.	2 Steuerprogramm	31
3.5	Datenaufbereitung	34
3.5.	1 Physikalische Größen	34
3.5.	2 Normierung auf Effektivwert	35
3.5.	3 Umkehrpunktfolgen	36
4	Simulationen	37
4.1	Stochastische Schwingungen	37
4.2	Der Unregelmäßigkeitsfaktor I	39

5 Zwei- und mehrparametrige Klassierverfahren	42
5.1 Das Spannen-Mittelwert-Verfahren	45
5.2 Das Markov-Verfahren	46
5.3 Das Rainflow-Verfahren	47
5.3.1 Zählalgorithmus	47
5.3.2 Rainflow-Varianten	51
6 Weiterentwicklung des Rainflow-Verfahrens	56
6.1 Anwendungsorientierte Wahl von Klassenbreite und -zahl	56
6.2 Bildung einer versetzten Matrix	58
6.3 Systematische Fehler	60
6.3.1 Elimination des Graben-Effektes	63
6.3.2 Elimination des Eierpappen-Effektes	65
6.4 Der Unregelmäßigkeitsfaktor <i>I</i> der Matrix	69
6.5 Qualitative Beschreibung der Häufigkeitsverteilung	71
6.5.1 Schwingungsemissionen von Wälzlagern	71
6.5.2 Aufbereitung der Matrix	72
6.5.2.1 Koordinatentransformation	73
6.5.2.2 Spiegelungen	75
6.5.3 Simulierbare Abweichungen	76
6.5.3.1 Grössenverhältnis Zentral-/Nebenhügel	76
6.5.3.2 Zusätzliche Nebenhügelpaare	77
6.5.3.3 Stumpf-, Spitz- und Schiefgipfeligkeit	79
6.6 Mathematische Beschreibung der Häufigkeitsverteilung	82
6.6.1 Verteilungen der Ereignisse $\rho(m)$	83
6.6.2 Verteilung der Häufigkeitssummen $P_{\Sigma m}(b)$	85
6.6.3 Verteilung der Streuungen $\sigma_m(b)$	87
6.6.4 Unregelmäßige Verteilungen der Mittelwerte $\mu_m(b)$ , Schiefen $g_{1m}(b)$ Exzesse $g_{2m}(b)$	und 88
6.6.5 Gesamtverteilungsfunktion <i>P</i> ( <i>b</i> , <i>m</i> ,)	89
6.6.5.1 Erweiterter allgemeiner Ansatz	96
6.6.5.2 Vereinfachter spezieller Ansatz	97
6.6.6 Ansätze zu einer Partialklassierung	98
6.6.6.1 Momentenansatz	. 100
6.6.6.2 Schädigungsansatz	. 101

6.7 Vergleich mit anderen Diagnoseverfahren 1	03
6.7.1 Das Kurtosis-Verfahren 1	04
6.7.1.1 Klassische Form	04
6.7.1.2 Anwendungsbezogene Erweiterung und Modifikation 1	05
6.7.2 Der Diagnosekennwert $K(t)$ bzw. $D_K$	06
7 Diagnosesoftware	09
7.1 Datenaufbereitung und Kennwertbildung	09
7.2 Matrizenerstellung und -aufbereitung 1	12
7.3 Auswertung 1	13
8 Beurteilung der ermittelten Parameter und Kennwerte 1	15
8.1 Messkanäle	16
8.2 Einfluss des Lagertyps 1	19
8.3 Einfluss von Radiallast, Axiallast und Drehzahl 1	20
8.4 Schädigungssignifikanz (Einfluss der Laufdauer) 1	23
8.5 Gegenüberstellung der Abhängigkeiten	26
9 Zusammenfassung und Ausblick 1	28
10 Literatur 1	33
A Anhang	36
A.1 Einparametrige Klassierverfahren1	36
A.1.1 Stichprobenverfahren	36
A.1.2 Verweildauerverfahren	37
A.1.3 Spitzenwertverfahren	37
A.1.4 Klassendurchgangsverfahren	38
A.1.5 Spannenverfahren	39
A.1.6 Spannenpaarverfahren 1-	40
A.2 Fitten	41

# VIII

## Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen

#### Grossbuchstaben:

Α	[-]	Kennung für Prüflager	
$A^2_{\Sigma}$	[-]	Summe der quadratischen Abweichungen	( <b>→</b> Gl. A.2.2)
$A_E$	[%]	Abweichung durch den Eierpappen-Effekt	( <b>→</b> Gl. 6.15)
$A_G$	[%]	Abweichung durch den Graben-Effekt	( <b>→</b> Gl. 6.11)
В	[mm]	Breite des Prüflagers	
BC	[-]	Kennung für Messung, hexadezimal	( <b>→</b> Gl. 3.1)
С	[kN]	Dynamische Tragzahl des Prüflagers	
$C_0$	[kN]	Statische Tragzahl des Prüflagers	
D	[mm]	Außendurchmesser des Prüflagers	
D	[-]	Kennung für Radiallast	( <b>→</b> Gl. 3.3)
$D_K$	[-]	Kennwert für Lagerzustandsbestimmung	( <b>→</b> Gl. 6.57)
Е	[-]	Kennung für Axiallast	( <b>→</b> Gl. 3.3)
Ε	[dig/g]	Empfindlichkeit einer Messkette	
F	[-]	Kennung für Drehzahl	( <b>→</b> Gl. 3.3)
$F_a$	[kN]	Axiallast	
$F_r$	[kN]	Radiallast	
$G(f_i)$	[-]	Spektrale Leistungsdichte des generierten Bande	es i ( <b>→</b> Gl. 4.7)
$G(\omega)$	[-]	Spektrale Leistungsdichte bei Signalgenerierung	
G	[-]	Kennung für Bandmaschinenspur	
Н	[-]	Kennung für Messkanal	
Ι	[-]	Unregelmäßigkeitsfaktor	( <b>→</b> Gl. 4.4)
$K_E$	[-]	Korrekturfaktor für den Eierpappen-Effekt	( <b>→</b> Gl. 6.13)
$K_G$	[-]	Korrekturfaktor für den Graben-Effekt	( <b>→</b> Gl. 6.9)
$L_{10}$	$[10^{6}]$	Nominelle Lebensdauer	( <b>→</b> Gl. 3.4)
$L_{50}$	$[10^{6}]$	Mittlere Lebensdauer	
$L_{d50}$	[d]	Mittlere Lebensdauer in Tagen	( <b>→</b> Gl. 3.11)
$M_{an}$	[Nm]	Antriebsmoment	
N(b;m)	[-]	Ertragbare Anzahl von Schwingspielen	

[-]	Anzahl der Nulldurchgänge eines Signals		
[-]	Anzahl der Umkehrpunkte eines Signals		
[-]	"RHO", siehe griechische Grossbuchstaben		
[kN]	Dynamische äquivalente Lagerlast	( <b>→</b> Gl. 3.5)	
[kW]	Antriebsleistung		
[-]	Menge der rationalen Zahlen		
[-]	Menge der reellen Zahlen		
[-]	Rainflow-Element, Zählergebnis		
[-]	Rainflow-Element, Zählergebnis der verschob	enen Matrix	
[-]	Schadenssumme		
[-]	Schadenssumme aus einem Schwingspiel	( <b>→</b> Gl. 6.46)	
[°C]	Prüflagertemperatur		
[V]	A/D-Wandelspannung		
[V]	Wiedergabespannung		
[-]	Radiallastfaktor	( <b>→</b> Gl. 3.8/-9)	
[-]	Axiallastfaktor	( <b>→</b> Gl. 3.8/-9)	
	[-] [-] [kW] [-] [-] [-] [-] [-] [*C] [V] [V] [-] [-]	<ul> <li>[-] Anzahl der Nulldurchgänge eines Signals</li> <li>[-] Anzahl der Umkehrpunkte eines Signals</li> <li>[-] "<i>RHO</i>", siehe griechische Grossbuchstaben</li> <li>[kN] Dynamische äquivalente Lagerlast</li> <li>[kW] Antriebsleistung</li> <li>[-] Menge der rationalen Zahlen</li> <li>[-] Menge der reellen Zahlen</li> <li>[-] Rainflow-Element, Zählergebnis der verschob</li> <li>[-] Schadenssumme</li> <li>[-] Schadenssumme aus einem Schwingspiel</li> <li>[°C] Prüflagertemperatur</li> <li>[V] A/D-Wandelspannung</li> <li>[-] Radiallastfaktor</li> <li>[-] Axiallastfaktor</li> </ul>	

#### Kleinbuchstaben:

$a_1(t)$	<i>I</i> ( <i>t</i> ) [ <i>g</i> ] Beschleunigungs-Zeit-Signal Kanal 1			
<i>a<sub>1 A/D</sub></i>	A/D-gewandelter Beschleunigungswert Kanal 1			
a <sub>1 RMS</sub>	<i>IRMS</i> [g] Beschleunigungs-Pegel (root-mean-square) Kanal 1			
$a_2(t)$	[g]	Beschleunigungs-Zeit-Signal Kanal 2		
$a_{2A/D}$	[dig]	A/D-gewandelter Beschleunigungswert Kanal 2		
$a_{2 RMS}$	<i>a</i> <sub>2 <i>RMS</i></sub> [g] Beschleunigungs -Pegel (root-mean-square) Kanal 2			
a <sub>A/D</sub>	[dig]	A/D-gewandelter Beschleunigungswert		
$a_{A/D mit \mathbf{R}}$	[dig]	Realer digitaler Mittelwert der Beschleunigung (→Gl. 3.13)		
$a_{A/D OG \mathbf{R}}$	[dig]	Rechnerischer Wert der oberen Klassengrenze (→Gl. 6.4)		
$a_{A/D UG \mathbf{R}}$	[dig]	Rechnerischer Wert der unteren Klassengrenze (→Gl. 6.5)		
$a_{e\!f\!f}$	[ <i>g</i> ]	Effektivwert der Beschleunigung (→Gl. 3.15)		
$a_i$	[-]	Amplitude der i-ten generierten Cosinoide		
$a_{ieff}$	<i>a<sub>i eff</sub></i> [-] Effektivwert der <i>i</i> -ten generierten Cosinoide			
$a_{mit}$	[g]	Physikalischer Mittelwert der Beschleunigung		

b	[-]	Koordinate für Schwingbreite	( <b>→</b> Gl. 6.17)
$b^+$	[-]	Nächstgrössere ganzzahlige b-Koordinate	
$b^{-}$	[-]	Nächstkleinere ganzzahlige b-Koordinate	
$b_{max}$	[-]	Äußerste auswertbare b-Koordinate	
$b_{\mathbf{R}}$	[-]	Realer Wert der b-Koordinate	
d	[mm]	Innendurchmesser des Prüflagers	
е	[-]	Grenzwert für Relevanz der Axiallast	( <b>→</b> Gl. 3.10)
$f_1$	[kHz]	Frequenz Kanal 1	
$f_2$	[kHz]	Frequenz Kanal 2	
$f_3$	[kHz]	Frequenz Kanal 3	
$f_{3 max}$	[kHz]	Maximale Frequenz Kanal 3	
$f_{A/D max}$	[kHz]	maximale tatsächliche Abtastfrequenz	
$f_{A/D max}^{*}$	[kHz]	maximale fiktive Abtastfrequenz	( <b>→</b> Gl. 2.1)
$f_{DIR}$	[kHz]	Frequenz des Direkt-Kanals	
$f_{FM}$	[kHz]	Frequenz der FM-Kanäle	
$f_i$	[-]	Frequenz der i-ten generierten Cosinoide	
$f_{max}$	[-]	Maximale Frequenz der generierten Cosinoiden	
$f_o$	[-]	Fiktive obere Grenzfrequenz bei Generierung	( <b>→</b> Gl. 4.8)
$f_u$	[-]	Fiktive untere Grenzfrequenz bei Generierung	( <b>→</b> Gl. 4.8)
<b>g</b> 1 m	[-]	Schiefe bzgl. der <i>m</i> -Richtung	( <b>→</b> Gl. 6.26)
<b>g</b> <sub>1Nm</sub>	[-]	Schiefe des Nebenhügels bzgl. der m-Richtung	( <b>→</b> Gl. 6.31)
$g_{2m}$	[-]	Exzess bzgl. der m-Richtung	( <b>→</b> Gl. 6.27)
$g_{2Nm}$	[-]	Exzess des Nebenhügels bzgl. der m-Richtung	( <b>→</b> Gl. 6.31)
i	[-]	Zählvariable	
j	[-]	Anzahl gleichmäßig verteilter Cosinoiden pro Ok	ctave
k	[-]	Klassenzahl	
l	$[10^{6}]$	Laufdauer	
l <sub>mess</sub>	[-]	Anzahl Umdrehungen während einer Messung	
т	[-]	Koordinate für Schwingmittelwert	( <b>→</b> Gl. 6.17)
$m^+$	[-]	Nächstgrössere ganzzahlige m-Koordinate	
m	[-]	Nächstkleinere ganzzahlige <i>m</i> -Koordinate	
$m_{\mathbf{R}}$	[-]	Realer Wert der m-Koordinate	

n	[min <sup>-1</sup> ]	Drehzahl
n(b;m)	[-]	Normierte Anzahl von Schwingspielen
n <sub>BÖ</sub>	$[\min^{-1}]$	Bezugsdrehzahl für Öl des Prüflagers
р	[-]	Lebensdauerexponent
q	[-]	Beispielparameter
r	[-]	Beispielparameter
S	[-]	Koordinate für Startklassen
t	[s]	Zeit
t <sub>anz</sub>	[-]	Anzahl ordinaler Messwerte
$t_{dig}$	[-]	Digitale Zeit
$t_{ein}$	[-]	Fiktive Einschwingzeit zur Signalgenerierung
t <sub>int</sub>	[ms]	Integrations-Zeitkonstante
t <sub>mess</sub>	[-]	Anzahl digitaler Messwerte
<i>t</i> <sub>ord</sub>	[-]	Ordinale Zeit
v	[-]	"ny", siehe griechische Kleinbuchstaben
V1 opt	[-]	Optimale Verstärkung Kanal 1
V2 opt	[-]	Optimale Verstärkung Kanal 2
$v_3(t)$	[µm/s]	Körperschallschnelle-Zeit-Signal Kanal 3
V <sub>3 A/D</sub>	[dig]	A/D-gewandelter Körperschallschnellewert Kanal 3
V <sub>3 opt</sub>	[-]	Optimale Verstärkung Kanal 3
V <sub>3 RMS</sub>	[µm/s]	Körperschallschnelle-Pegel (root-mean-square) Kanal 3
$V_{A/D}$	[dig]	A/D-gewandelter Körperschallschnellewert
$v_{e\!f\!f}$	[µm/s]	Effektivwert des Körperschalls (→Gl. 3.15)
<i>v<sub>opt</sub></i>	[-]	Optimale Messverstärkung
V <sub>REC max</sub>	[ips]	maximale Aufnahmegeschwindigkeit
V <sub>REP</sub> min	[ips]	minimale Wiedergabegeschwindigkeit
x	[-]	Koordinate
у	[-]	Koordinate
Z	[-]	Koordinate für Zielklassen

#### Griechische Grossbuchstaben:

 $\Delta a$ [g]Klassenbreite

$\Delta a_{A/D \mathbf{R}}$	[dig]	Rechnerische Klassenbreite bei digitalen Werten	( <b>→</b> Gl. 6.3)
$\Delta a_{A/D \mathbf{Z}}$	[dig]	Anzahl digitaler Werte pro Klasse	( <b>→</b> Gl. 6.6)
Δf	[-]	Frequenzabstand zweier generierter Cosinoiden	
$\Delta f_i$	[-]	Fiktive Bandbreite einer generierten Cosinoide	( <b>→</b> Gl. 4.8)
$\Delta t_{dig}$	[-]	Zeitabstand zwischen zwei generierten Werten	
Δα	[-]	Normierte Klassenbreite für Beschleunigung	( <b>→</b> Gl. 6.1)
$\Delta \alpha_T$	[-]	Normierte Klassenbreite der transformierten Beschleunigungs-Matrix	( <b>→</b> Gl. 6.18)
$\Delta  au$	[-]	Normierte Klassenbreite für Körperschallschnelle	( <b>→</b> Gl. 6.1)
$\Delta  au_T$	[-]	Normierte Klassenbreite der transformierten Körperschallschnelle - Matrix	( <b>→</b> Gl. 6.18)
П	[-]	Normierte dynamische äquivalente Lagerlast	( <b>→</b> Gl. 3.6)
P(s;z)	[-]	Normiertes Rainflow-Element	( <b>→</b> Gl. 6.2)
$P_{alt}(s;z)$	[-]	Zu korrigierendes normiertes Rainflow-Element	
$P_V(s;z)$	[-]	Versetztes normiertes Rainflow- Element	( <b>→</b> Gl. 6.2)
$P_{\Sigma bm}$	[-]	Summe aller Rainflow-Elemente	( <b>→</b> Gl. 6.38)
$P_{\Sigma i}$	[-]	Summe der Rainflow-Elemente im <i>i</i> -ten Hügel	
$P_{\Sigma m}$	[-]	Summe der Rainflow-Elemente in <i>m</i> -Richtung	( <b>→</b> Gl. 6.22)
$P_{\Sigma N}$	[-]	Summe der Rainflow-Elemente im Nebenhügel	
$P_{\Sigma Z}$	[-]	Summe der Rainflow-Elemente im Zentralhügel	
${I\!$	[-]	Normierte Axiallast	( <b>→</b> Gl. 3.2)
$\Phi_r$	[-]	Normierte Radiallast	( <b>→</b> Gl. 3.2)

## Griechische Kleinbuchstaben:

$\alpha(t_{dig})$	[-]	Diskrete normierte Beschleunigungswerte	( <b>→</b> Gl. 3.16)
$\alpha_{umk}(t_{ord})$	[-]	Ordinale Umkehrpunktfolge normierter Beschleur	nigungswerte
$\beta_{I}$	[-]	Skoliotes-Wert	( <b>→</b> Gl. 6.55)
${oldsymbol{eta}_{\scriptscriptstyle I}}^*$	[-]	Modifizierter Skoliotes-Wert	( <b>→</b> Gl. 6.56)
$\beta_2$	[-]	Kurtosis-Wert	( <b>→</b> Gl. 6.53)
${m eta_2}^*$	[-]	Modifizierter Kurtosis-Wert	( <b>→</b> Gl. 6.54)
ε	[%]	Dehnung	

$\mathcal{E}_{max}$	[%]	maximale Dehnung einer Hysterese		
$\mathcal{E}_{min}$	[%]	minimale Dehnung einer Hysterese		
$\mathcal{E}_{old}$	[%]	Dehnung am Startpunkt der vorangegangenen Halbschleife		
$\mathcal{E}_s$	[%]	Dehnung am Startpunkt einer Hysterese		
$\boldsymbol{\mathcal{E}}_{z}$	[%]	Dehnung am Zielpunkt einer Hysterese		
λ	[-]	Normierte Laufdauer	( <b>→</b> Gl. 1.1)	
$\lambda_{max}$	[-]	Normierte Laufdauer bei Ausfall		
$\mu_{ib}$	[-]	Mittelwert des <i>i</i> -ten Hügels bzgl. der <i>b</i> -Richtung		
$\mu_{im}$	[-]	Mittelwert des i-ten Hügels bzgl. der m-Richtung		
$\mu_m$	[-]	Mittelwert bzgl. der m-Richtung	( <b>→</b> Gl. 6.24)	
$\mu_{Nb}$	[-]	Mittelwert der Nebenhügel bzgl. der b-Richtung		
$\mu_{Nm}$	[-]	Mittelwert der Nebenhügel bzgl. der m-Richtung	( <b>→</b> Gl. 6.31)	
v	[-]	Normierte Drehzahl	( <b>→</b> Gl. 3.2)	
ρ	[-]	Doppelt normiertes Rainflow-Element	( <b>→</b> Gl. 6.23)	
$ ho_{\scriptscriptstyle N}$	[-]	Relative Grösse vom Nebenhügel		
$ ho_Z$	[-]	Relative Grösse von Zentralhügel		
σ	[N/mm <sup>2</sup> ]	Mechanische Spannung		
$\sigma_m$	[-]	Streuung bzgl. der m-Richtung	( <b>→</b> Gl. 6.25)	
$\sigma_{ib}$	[-]	Streuung des i-ten Hügels bzgl. der b-Richtung		
$\sigma_{im}$	[-]	Streuung des i-ten Hügels bzgl. der m-Richtung		
$\sigma_{Nb}$	[-]	Streuung der Nebenhügel bzgl. der b-Richtung		
$\sigma_{Nm}$	[-]	Streuung der Nebenhügel bzgl. der m-Richtung	( <b>→</b> Gl. 6.29)	
$\sigma_o(b;m)$	n)[N/mm <sup>2</sup> ]	Oberspannung eines Schwingspieles		
$\sigma_{Zb}$	[-]	Streuung des Zentralhügels bzgl. der b-Richtung		
$\sigma_{Zm}$	[-]	Streuung des Zentralhügels bzgl. der m-Richtung	( <b>→</b> Gl. 6.30)	
$\sigma_{s}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	Spannung am Startpunkt einer Hysterese		
$\tau(t_{dig})$	[-]	Diskrete normierte Körperschallschnellewerte	( <b>→</b> Gl. 3.16)	
$\varphi_i$	[-]	Phasenverschiebung der i-ten generierten Cosinoie	de	
ω	[-]	Kreisfrequenz bei Signalgenerierung		
$\omega_i$	[-]	Kreisfrequenz des generierten Frequenzbandes i		

## 1 Einleitung

## "Instandhalter, die heute nur Instandsetzung machen, sind auf dem besten Weg, ihren Betrieb in ein Museum umzuwandeln"

Dieses Zitat [25, 32] spiegelt den "Zeitgeist" wider, nach dem Begriffe wie Wirtschaftlichkeit, Effizienz und Verfügbarkeit einen hohen Stellenwert eingenommen haben: Wer seinen Maschinenpark nur streng nach der Instandhaltungsnorm DIN 31051 turnusgemäß wartet, inspiziert und instand setzt, läuft Gefahr, unnötige Stillstandszeiten und damit verbundenen Produktionsausfall zu verursachen, Verschleißreserven und somit bares Geld zu verschenken, andere Fehler einzubauen und hat zudem noch das Restrisiko eines unvorhergesehenen Schadens mit erheblichen Folgekosten. Auf Wälzlager trifft dieses verstärkt zu, da der Betrieb anderer Bauteile und -gruppen meist von der einwandfreien Funktion dieses Maschinenelementes abhängt.

Zweifelsohne hat die vorbeugende Instandhaltung ihre Berechtigung: Die Kosten für das verminderte Risiko eines plötzlichen Ausfalles sind kalkulierbar, zumal nicht immer alle Aspekte des oben geschilderten "worst case" zutreffend sein müssen. Bei der zustandsorientierten Instandhaltung sind hingegen Anfangsinvestitionen notwendig, die sich amortisieren müssen.

Dennoch geht gerade bei Wälzlagern der Trend dahin, im Betrieb z. B. durch Analyse von Schwingungsemissionen den Ist-Zustand zu bestimmen und einen Austausch nur bei Bedarf vorzunehmen. Begünstigt wird diese Entwicklung nicht zuletzt durch die Fortschritte in der Computertechnologie, wodurch die Diagnosesysteme immer preiswerter werden. Inzwischen gibt es Geräte in Kugelschreibergröße, die bei einfachster Handhabung verlässliche Zustandsbestimmungen ermöglichen.

## 1.1 Die Wälzlagerdiagnostik

Die Detektion eines Wälzlagerschadens ist heute relativ unproblematisch. Bei entsprechenden Voraussetzungen kann auch die defekte Komponente (Wälzkörper, Käfig, Außen- oder Innenring) benannt werden, was insbesondere für die Optimierung der Baugruppe Wälzlager interessant ist. Weitergehende Bemühungen zielen einerseits in die Richtung, das Einsetzen der Schädigung möglichst früh zu terminieren und andererseits, präzisere Restbetriebsdauerabschätzungen treffen zu können.

Bei Wälzlagerungen ist die frühe Terminierung insofern interessant, da die Kontaktflächen Hertzscher Pressung unterliegen und somit ein ermüdungsbedingter Anriss in der Zone größter Schubspannung unterhalb der Oberfläche stattfindet. In diesem Stadium der Schädigung sind die Laufeigenschaften des Lagers noch einwandfrei. Erst wenn sich der Riss bis zur Oberfläche ausgebreitet hat, bildet sich durch Ausbröckeln schlagartig eine Fehlstelle, ein sogenanntes Pitting. Durch die schlechteren Kontaktbedingungen an dieser Stelle wird nun der Schädigungsprozess beschleunigt.

Für eine Restbetriebsdauerabschätzung muss neben den Betriebsbedingungen auch klar definiert sein, welche Laufeigenschaften erforderlich sind. Es liegt auf der Hand, dass die Pittingbildung nicht für jede Anwendung vom Fahrrad bis zur Hochgenauigkeits-Schleifspindel ein Ausfallkriterium ist.

Eine sowohl für Auslegung als auch für vorbeugende Instandhaltung wichtige Grösse ist die nominelle Lebensdauer  $L_{10}$ , die besagt, dass ein Wälzlager nach dieser Betriebsdauer mit maximal 10% iger Wahrscheinlichkeit das Schädigungskriterium der Pittingbildung aufweist. Voraussetzung für eine verlässliche Berechnung sind genaue Kenntnisse über die zu erwartenden Betriebsbedingungen. Die Laufdauer l wird mittels  $L_{10}$  normiert zur dimensionslosen Laufdauer

$$\lambda = \frac{l}{L_{10}}.\tag{Gl. 1.1}$$

Wie **Bild 1.1** zeigt, lässt sich die Lebensdauer je nach Sicherheitsbedürfnis des Anwenders für andere Ausfallwahrscheinlichkeiten umrechnen.



Bild 1.1: Ausfallverhalten von Wälzlagern nach Winter [33]

Bei  $\lambda = 5$  ist statistisch erst die Hälfte der Wälzlager ausgefallen. Man spricht dann von der mittleren Lebensdauer  $L_{50}$ . Mehr als 10% der Lager erreichen jedoch eine 14-fache nominelle Lebensdauer. Hier wird deutlich, welche Einsparpotentiale die zustandsorientierte Instandhaltung mittels diagnostischer Methoden eröffnet.

## 1.2 Heutiger Wissensstand

Überlegungen zur Überwachung von Wälzlagern sind nicht neu. Bereits vor über sechzig Jahren wurden von Jürgensmeier [18] die vier Möglichkeiten

- 1. Abhören der Lager,
- 2. Beobachtung der Lagertemperatur,
- 3. Untersuchung des Schmiermittels und
- 4. Sichtprüfung der Lager

empfohlen, um auf Schädingungen schließen zu können.

Diese mehr subjektiven Verfahren der Lagerüberwachung wurden bis heute durch zahlreiche objektive Messverfahren der technischen Diagnostik abgelöst. Ausführliche Zusammenstellungen der einzelnen Methoden finden sich z. B. bei Sturm [29], Westphal [30] und Barwinek [1].

Die heute gebräuchlichen Verfahren der Online-(Wälzlager-)Diagnostik lassen sich in vier Gruppen einteilen, die nicht immer scharf voneinander abzugrenzen sind:

- Bei verifizierenden Verfahren werden Schwingungspegel, Temperatur und/oder Reibmoment mit empirisch ermittelten Grenzwerten verglichen. Diese Verfahren sind sehr einfach aber auch anfällig für Fehldiagnosen, da Einflüsse benachbarter Maschinenelemente schwer fassbar sind. Sie eignen sich daher eher zur zusätzlichen Kontrolle von Ergebnissen aufwendigerer Verfahren.
- Untersuchungen des Schmierstoffes auf Veränderungen und/oder enthaltene Verschleisspartikel ermöglichen Zustandsbestimmungen ohne direkt am Objekt installierte Messtechnik.

- 3. Die statistischen Verfahren beschreiben bestimmte Eigenschaften des Schwingungssignals. Das geht von der einfachen Kennwertbildung im  $D_{K^{-}}$  bzw. K(t)-Verfahren bis hin zur Klassierung und Zählung sämtlicher Schwingspiele hinsichtlich ihrer schädigenden Wirkung.
- 4. Frequenzselektive Verfahren sind, sowohl im Hinblick auf die Datenerfassung als auch auf zugrundeliegende Mathematik, am aufwendigsten. Basis ist stets die Fourier-Transformation. In den letzten Jahren wurde insbesondere das Hüllkurven-Verfahren stark vorangetrieben: Hochfrequente Schwingungen werden durch Überrollung kleinster Unregelmäßigkeiten periodisch angefacht und klingen ab. Richtet man ein solches Signal gleich, so entsteht ein neues, dessen Mittelwert bei jeder Überrollung der Unregelmäßigkeit hochschnellt und dann exponentiell abfällt. Der niederfrequent schwankende Verlauf des Mittelwertes lässt sich durch Tiefpassfilterung isolieren ("Hüllkurve"). Nach einer Spektralanalyse kann durch Vergleich mit den Überrollfrequenzen die beschädigte Komponente identifiziert werden, Geropp [14].

## 1.3 Zielsetzung

Fortschritte in der Wälzlagerdiagnostik sind in erster Linie durch Verbesserungen bei der Auswertung von Schwingungssignalen zu erwarten. Da die heute technisch möglichen Aussagesicherheiten von frequenzselektiven Verfahren mit hier vertretbarem Aufwand nicht verbessert werden können, sollen im Mittelpunkt dieser Untersuchungen die Weiterentwicklung von Klassierverfahren und dabei insbesondere des Rainflow-Verfahrens stehen.

Das Rainflow-Verfahren kommt ursprünglich aus der Betriebsfestigkeitslehre und ist darauf ausgerichtet, 2D-Kollektive in Form einer Matrix zwecks Schadenssummenbildung zu erzeugen. Dieses Verfahren findet trotz seiner Verbreitung und seines hohen Entwicklungsstandes unter den in Deutschland genormten Klassierverfahren [10] bisher keine explizite Erwähnung.

Zur Anwendbarkeit dieses Verfahrens auf die Wälzlagerdiagnostik wurden bisher eher beiläufig Untersuchungen angestellt [1, 30], die noch keine reale Umsetzung fanden. Zentraler Denkansatz ist jeweils die Abhängigkeit zwischen der Häufigkeitsverteilung von Schwingungsereignissen in der Rainflow-Matrix und dem Schädigungszustand des Lagers.

Durch die Bestrebungen, die Häufigkeitsverteilung des Kollektives durch Parameter zu beschreiben, eröffnet sich die Möglichkeit, diese als Diagnosekennwerte zu nutzen. Da die Eigenschaften des Schwingungssignals so genauer beschrieben werden als mit einzelnen Kennwerten, ist anzunehmen, dass der eine oder andere Parameter schädigungssignifikant ist.

Hier werden zwei Ziele gesteckt:

- 1 Im Hinblick auf die Bildung genauerer Schadenssummen fiir Festigkeitsrechnungen soll die Erstellung der Rainflow-Matrix dahingehend verfeinert werden. dass statistische Abweichungen minimiert und systematische Fehler eliminiert werden.
- Die Kollektive sollen anhand einer geeigneten mathematischen Beschreibung in wenige Parameter überführt werden, die ein quasikonstantes oder signifikantes Zeitverhalten aufweisen.

Insbesondere das Zeitverhalten der Parameter des Rainflow-Verfahrens ist für die Wälzlagerdiagnostik interessant. Hier soll getestet werden, ob die Aussagesicherheiten von  $D_{K^{-}}$  und/oder Kurtosis-Wert erreicht oder übertroffen werden können.

Zur besseren Vergleichbarkeit der Verfahren untereinander sollen Ähnlichkeiten gezielt zu anwendungsbezogenen Modifikationen bzw. Erweiterungen herausgearbeitet werden.

Bei der Versuchsplanung, -durchführung und –auswertung sollen folgende *Gesichtspunkte* nach Fischer und Haibach [12] durch entsprechende Maßnahmen berücksichtigt werden:

- Möglichst exakte Wiedergabe der Beanspruchungs-Zeit-Funktion: Quantitative Aufzeichnungen bei optimalen Verstärkungen, Reproduzierbarkeit der Versuchsbedingungen durch automatische Steuerung
- 2. Zur Verfügung stehende Versuchszeit: Hohe Lasten und Drehzahlen bei Dauerversuchen, automatisierte Auswertungen
- 3. Wirtschaftlichkeit der Versuchsdurchführung: Prüflager vom Typ 6...
- 5. Maschinentechnische Gegebenheiten: Optimale Applikation der Aufnehmer etc. zur Minimierung von Störungen durch angrenzende Maschinenelemente, zunächst stichprobenartige Auswertung großer Datenmengen, genauere Untersuchungen bei interessanten Ereignissen

Alle Untersuchungen sollen nach Möglichkeit mit den zur Verfügung stehenden Versuchseinrichtungen durchgeführt werden.

## 2 Prüfstand und Messdatengewinnung

Die zur Verfügung stehende maschinen- und messtechnische Ausrüstung wurde bereits größtenteils bei früheren Untersuchungen [1, 30] verwendet. In den folgenden Unterkapiteln werden daher nur diejenigen Komponenten näher beschrieben, die der neuen Messaufgabe entsprechend verändert wurden.

## 2.1 Prüfstand

Zur Erzeugung der Messdaten musste der Prüfstand einigen wichtigen Anforderungen genügen:



Bild 2.1: Prüfstand [1]

- 2. Sicherungseinrichtungen für den Versagensfall hochbelasteter Komponenten,
- 3. Optimale Kopplung der Aufnehmer an die Signalquelle Wälzlager,
- 4. Geringe Schwingungsemissionen beweglicher Maschinenelemente und
- 5. Schwingungsisolation gegenüber der Umwelt.

**Bild 2.1** zeigt den zur Verfügung stehenden Prüfstand mit allen Bauguppen. Die Leistung fließt vom *Antriebsmotor* über den schmalen Riemen direkt auf die Prüfwelle in der *Versuchsvorrichtung*. Die Radiallast wird durch den breiten Riemen von der *Radialbelastungsvorrichtung* direkt neben dem Prüflager auf die Prüfwelle gebracht. Die *Axialbelastungsvorrichtung* leitet die Axiallast am prüflagerseitigen Wellenende ein. *Versuchsvorrichtung*, *Radial*- und *Axialbelastungsvorrichtung* sind gemeinsam auf einem U-Profil verschraubt und schwingungsisoliert neben dem *Antriebsmotor* auf dem *Fundament* befestigt.

Das Prüflager ist das Festlager der Prüfwelle in der Versuchsvorrichtung, Bild 2.2. Der Prüfstand ist zur Aufnahme jeglicher Lagertypen mit Bohrungsdurchmesser d/[mm] = 50 und Gehäusedurchmesser D/[mm] = 90konzipiert. Es können verschiedene Lagerbreiten B mittels Distanzringen so eingepasst werden, dass die Wälzkörperebene immer mit den Aufnehmerachsen zusammenfällt. Zur Untersuchung von Lagern mit anderen Bohrungsdurchmessern wird eine Adapterbuchse auf die Welle gesetzt. Der Aussendurchmesser der Lager wurde immer beibehalten, um eine ideale Kopplung zu den am Gehäuse befindlichen Schwingungsaufnehmern zu ermöglichen.

Die ursprüngliche Konzeption vertrug sich in einigen Belangen nicht mit der neuen Messaufgabe, so dass eine neue Radialbelastungsvorrichtung gebaut wurde, wobei das Grundprinzip der Radiallasteinleitung mit Hilfe eines vorgespannten Flachriemens bei behalten werden sollte.



Bild 2.2: Prüfkopf mit angrenzenden Teilen

Die relativ komplizierte Konstruktion der alten Radialbelastungsvorrichtung ermöglichte die Einleitung (hier nicht benötigter) dynamischer Lasten und neigte bei den hier geforderten höheren Lasten zur Labilität und erschwerte häufig erforderliche Riemenwechsel. Ferner erzeugten die verwendeten Stahllitzen-Riemen zusätzliche dynamische Kräfte, wenn die Zuglitzenzahl über der Länge um eins schwankte.

Die Konzeption der (in der Draufsicht symmetrischen) Vorrichtung ist in Bild 2.3 zu sehen. Um Stabilität zu gewährleisten, wurden sämtliche Komponenten so in einer Reihenschaltung angeordnet, dass an den komplanar angeordneten Lagerpunkten ausschließlich Zugbeanspruchung herrscht. Zur einfacheren Auswechselbarkeit des Riemens umfassen jeweils paarweise angeordnete Scherenbleche die beiden Achszapfen der Riemenscheibe. Die



Bild 2.3: Prinzipskizze der neuen Radialbelastungsvorrichtung

schwächste Stelle ist der Zugstab mit den DMS-Aufnehmern. Um im Versagensfall Schäden am Prüfstand durch die daran verspannte Riemenscheibe zu vermeiden, bremsen Sicherungspoller diese an den Scherenblechen ab.

Als Riemen wurde ein Hochleistungsflachriemen mit endlos gewobener Aramidlitzen-Zugschicht und auf der Laufseite geschliffener Polychloropren-Deckschicht gewählt. Dieser kann bei einer gegebenen Breite von 40mm dauerhaft Lasten von bis zu 10kN in die mit maximal 8500min<sup>-1</sup> drehende und ca. 100°C heiße Prüfwelle einleiten.

Die relativ günstigen Schwingungsemissions-Eigenschaften eines Nichtmetall-Riemens bringen bei derart hohen Lasten Probleme bei der Riemenführung mit sich: Da der Riemen im teilplastischen Bereich betrieben wird, ist weder eine Führung auf einer balligen Scheibe, noch auf einer zylindrischen mit Justierung möglich. Die gefundene Lösung des Problemes ist in **Bild 2.4** skizziert.



Bild 2.4: Prinzip der Riemenführung

Um den Riemen seitlich sicher zu führen, läuft dieser zwischen zwei Führungsscheiben mit jeweils keilförmiger Nut. Die resultierenden Kräfte bei dieser Zwangsführung können sehr groß sein und somit die Laufzeit des Riemens verkürzen. Sie werden durch Justierung gering gehalten. Ferner muss sichergestellt sein, dass die Achsen der Führungsscheiben immer senkrecht zum Riemen stehen, der je nach Last und alterungsbedingter Längung eine unterschiedliche Lage im Raum einnehmen kann.



Bild 2.5: Riemen und Riemenführung als gekoppelte Viergelenkketten

Die Lageänderung des Riemens erfolgt zwangsläufig bei einem Freiheitsgrad. Strenggenommen stellt die Umlauffähigkeit des Riemens einen zweiten Freiheitsgrad dar, der aber für dessen Lage nicht von Bedeutung ist. Da Riemen und Prüfwelle sich stets tangential berühren, können sie zusammen als eine Schwinge einer Viergelenkkette betrachtet werden, die in Bild 2.5 skizziert ist. Die übrigen drei Glieder bilden die Umgebung als Gestell, die Spannvorrichtung als Kurbel bzw. Antrieb und die Riemenscheibe als Koppel. An dieses System wird die Riemenführung als zweite Viergelenkkette gekoppelt, die von Prüfwelle und Riemen als Kurbel angetrieben wird. Als Koppel dient ein auf dem Riemen rollender Wagen, der mittels der Führungsschwinge umgebungsfest angelenkt ist. Unterhalb des Wagens sind die beiden Führungsscheiben montiert, deren Achsen somit immer senkrecht zum Riemen stehen.

Bild 2.6 zeigt die neue Radialbelastungsvorrichtung.



Bild 2.6: Radialbelastungsvorrichtung

# 2.2 Prüflager

Als Signalquelle bei den durchgeführten Untersuchungen dienen einreihige Rillenkugellager der Typen 6210 und 61913. **Tabelle 2.1** enthält die wesentlichen technischen Daten:

Kurzzeichen:	6210	61913	
Außendurchmesser	90	0	
Innendurchmesser	: <i>d</i> /[mm]	50	65
Breite	: <i>B</i> /[mm]	20	13
Dynamische Tragzahl	: <i>C</i> /[kN]	35,1	17,4
Statische Tragzahl	: $C_0/[kN]$	23,2	16,0
Bezugsdrehzahl f. Ölschmierun	g: $n_{B\ddot{O}}/[\min^{-1}]$	8500	8100
Lebensdauerexponent	3		

Tabelle 2.1: Technische Daten der Prüflager

Lager der Reihe 6... sind für die Untersuchungen besonders geeignet, da sie

- 1. universell einsetzbar sind,
- ein f
  ür zeitaufwendige Dauerversuche g
  ünstiges niedriges Verh
  ältnis von Tragzahl zu Bauraum haben und
- 3. preiswert sind.

# 2.3 Messtechnik



Bild 2.7: Vereinfachter Aufbau für die Messdatengewinnung

**Bild 2.7** zeigt schematisiert den Aufbau zur Messdatengewinnung mit allen wesentlichen Komponenten. Das Prüflager ist bildlich dargestellt innerhalb des als Balkenmodell skizzierten Prüfstandes. Die als Federn angedeuteten Belastungsvorrichtungen stützen die Radial- und Axiallast elastisch an der Umgebung ab. Ferner sind Antrieb, Schmierung und Luftkühlung zu erkennen. Signalflüsse werden in der Messtechnik mit durchgezogenen Pfeilen, in der Steuerungstechnik mit gepunkteten und bei Überschneidung mit strichpunktierten verdeutlicht. Vor der Datenaufbereitung werden am Prüfstands-PC sämtliche erfassten Daten auf CD-R gesichert.

Die Messtechnik umfasst die vier Aufgabenfelder Diagnose, Steuerung, Betriebseinflüsse und –sicherheit:

- 1. Zu diagnostischen Zwecken werden die Beschleunigungssignale  $a_1(t)$ ,  $a_2(t)$  und das Körperschallschnellesignal  $v_3(t)$  der Kanäle CH1, CH2 und CH3 verwendet.
- Um die optimale Verstärkung der Signale steuern zu können, werden die Signalpegel a<sub>1 RMS</sub> usw. in den jeweiligen root-mean-square-Zweigen CH1RMS usw. ermittelt. Über die Erfassung der Laufdauer *l* mittels CH8 werden die Messzeitpunkte festgelegt.
- 3. Über die Kanäle CH4, CH5 und CH8 werden die gezielt eingestellten Betriebseinflüsse Radiallast  $F_r$ , Axiallast  $F_a$  und Drehzahl n erfasst, um sicherzustellen, dass diese in vorgegebenen Toleranzbereichen liegen.
- 4. Aus dem Betrieb resultierende Größen, wie Antriebsmoment  $M_{an}$  und Prüflagertemperatur T werden mit CH6 bzw. CH7 ermittelt. Sie müssen mit Grenzwerten verglichen werden, um die Betriebssicherheit zu gewährleisten. Ebenso werden die unter 1. genannten Signalpegel beobachtet. Eine Verwendung der Werte für sogenannte verifizierende Diagnoseverfahren kam nicht in Betracht, da die Zeitverhalten bei dieser Versuchsanordnung keine ausreichende Signifikanz aufweisen.

## 2.3.1 Auswahl der Schwingungssensoren

Der Prüfstand wurde im Bereich der Signalerfassung entsprechend der neuen Messaufgabe umgerüstet. Die Schwingungsemissionen des Prüflagers wurden hierzu in drei Kategorien unterteilt:

- Niederfrequente Schwingungen aus gegenseitigen Überrollungen der Wälzlagerkomponenten werden durch CH1 mit Beschleunigungssignal a₁(t) in einem Messbereich von |a₁|/[g] ≤ 133 und einem Frequenzbereich von 0.01 ≤ f₁/[kHz] ≤ 7, also etwa 9½ Oktaven, erfasst.
- Mittelfrequente Resonanzschwingungen der Wälzlagerringe im Bereich von einigen 10kHz werden durch CH2 mit Beschleunigungssignal a₂(t) in einem Messbereich von |a₂l/[g] ≤ 125 und einem Frequenzbereich von 7 ≤ f₂/[kHz] ≤ 30, also etwa zwei Oktaven, erfasst.
- Hochfrequente Resonanzschwingungen der Kugeln und von Mikroanrissen im Bereich von einigen 100kHz werden durch CH3 mit Körperschallschnellesignal v<sub>3</sub>(t) in einem Messbereich von |v<sub>3</sub>|/[μm/s] ≤ 540 und einem Frequenzbereich von 100 ≤ f<sub>3</sub>/[kHz] ≤ 400, also zwei Oktaven, erfasst.

Die drei in der Nähe des Prüflagers befindlichen Kanäle CH1, CH2 und CH3 der Schwingungssignale  $a_I(t)$  usw. haben jeweils einen RMS(root-mean-square)-Zweig zur Ermittlung der Pegel  $a_{IRMS}$  usw. und einen Signalzweig. Letztere werden wahlweise auf einen gemeinsamen Kanal CH123 geschaltet.

Die drei Aufnehmerachsen spannen, wie in **Bild 2.8** zu sehen ist, in der Prüflagerebene einen Winkel von 40° symmetrisch um die Lastebene auf und liegen somit günstig im Emissionsfenster, dessen Öffnungswinkel ca. 90° beträgt [1]. Die zentrale Anordnung des Aufnehmers von CH3 ist sowohl für die Montage als auch für die Erfassung der hochfrequenten Signale optimal. Da dieser Aufnehmer bei nur maximal 60°C betrieben werden darf, ist eine Druckluft-Kühlung erforderlich, die während der Messungen PC-gesteuert abgeschaltet wird.



## 2.3.2 Messkette zur Schwingungserfassung

In **Bild 2.9** ist exemplarisch eine von drei Messketten für die Signalerfassung aufgezeichnet.

Die drei Sensoren arbeiten mit dem Piezo-Effekt, der grundsätzlich eine beschleunigungs-proportionale Ladung erzeugt. Nur beim Sensor von CH3 entsteht laut Herstellerinformationen [21] durch eine mitschwingende seismische Masse eine geschwindigkeitsproportionale Ladung. Im folgenden werden die Ladungen in Spannungen gewandelt. Die Ladungswandler sind bei CH2 und CH3 im Aufnehmer integriert, bei CH1 ist eine PC-gesteuerte (Pfeil) reset-Funktion notwendig. Vorverstärker bringen die Signalspannungen jeweils auf verlust- und störungsarme Größen. Durch Bandpassfilter werden die Frequenzbereiche eingegrenzt. Nun verzweigen sich die Messketten:



Bild 2.9: Verzweigte Messkette für Signalerfassung

- 1. In den RMS-Zweigen werden zunächst mittels Integratoren die Pegel-Spannungen von  $a_{1 RMS}$ ,  $a_{2 RMS}$  bzw.  $v_{3 RMS}$  ermittelt. Die Integrations-Zeitkonstanten  $t_{int}$  sind teilweise im ms-Bereich und ergeben somit zunächst schwankende Pegel. Durch die Endverstärkungen wird der A/D-Wandelbereich jeweils optimal genutzt.
- 2. In den Signalzweigen sind zunächst Zwischenverstärkungen erforderlich, um die jeweiligen maximalen Signalgrößen an den Spannungsbereich anzupassen. Mit dem folgenden Multiplex werden die drei Kanäle PC-gesteuert wahlweise auf einen gemeinsamen Kanal CH123 geschaltet. Der PC-gesteuerte Endverstärker kann die Signale in 2er-Stufensprüngen bis zu 128 fach in der Weise verstärken, dass die Pegel jeweils zwischen  $\frac{1}{8}$  und 1/4 des Messbereiches liegen. Die analoge Zwischenspeicherung erfolgt mittels einer Bandmaschine, die mit 13 frequenzmodulierten (FM-) Kanälen und einem Direkt-(DIR-)Kanal bestückt ist. Da der Frequenzbereich der FM-Kanäle nur bis  $f_{FM}/[kHz] \le 20$  reicht, ist es erforderlich, CH2 und CH3 auf der DIR-Spur aufzuzeichnen. Hier sind Frequenzen bis  $f_{DIR}/[kHz] \le 300 (...400)$  darstellbar. Nachteilig am DIR-Kanal ist eine mit

sinkender Wiedergabe-Bandgeschwindigkeit steigende breitbandige Verrauschung des Signals. Zur Gewährleistung optimaler Signalqualitäten werden alle drei Kanäle sequentiell auf einer DIR- und einer FM-Spur gleichzeitig aufgenommen. Aufnahme- und Wiedergabe-Signal können an einem 2-Kanal-Oszillographen verglichen werden.

#### 2.3.3A/D-Karte

Für die digitale Umsetzung der analog vorliegenden Messgrößen steht eine A/D-Karte mit 12bit-Auflösung bei einer maximalen Eingangsspannung von  $|U_{A/D}|_{max}/[V] = 5$  und einer maximalen Abtastfrequenz von  $f_{A/D max}/[kHz] = 60$ zur Verfügung. Ein auf der Karte installierter Puffer begrenzt die pro Wandelvorgang unsetzbare Werteanzahl auf 16000. Für größere Datenmengen werden mehrere Blöcke gewandelt, die zeitlich nicht direkt anschließen. Dieses bedeutet für statistische Diagnoseverfahren keinerlei Einschränkung.

Die schwankenden Signalpegel werden PC-gesteuert erfasst und digital über die Integrationszeitkonstante  $t_{int}/[ms] = 1000$  gemittelt. Ebenso unproblematisch ist die digitale Umsetzung der übrigen Betriebsgrößen. Bei den Schwingungssignalen besteht hingegen das Problem, die schädigungsrelevanten Extremwerte möglichst exakt zu quantifizieren.

Die höchste aufzulösende Frequenz ist die von CH3 mit  $f_{3 max}/[\text{kHz}] = 400$ . Die maximale tatsächliche Abtastfrequenz  $f_{A/D max}$  kann zu einer maximalen fiktiven Abtastfrequenz  $f_{A/D max}^*$  heraufgesetzt werden, indem bei der Aufnahme des Schwingungssignals die maximale Bandgeschwindigkeit  $v_{REC max}/[\text{ips}] = 60$  und zur Wiedergabe die minimale  $v_{REP min}/[\text{ips}] = {}^{15}/_{16}$  eingestellt wird. Es ergibt sich

$$\frac{f_{A/D\,max}^*}{[\text{kHz}]} = \frac{f_{A/D\,max}}{[\text{kHz}]} \times \frac{v_{REC\,max}/[\text{ips}]}{v_{REP\,min}/[\text{ips}]} = 60 \times \frac{60}{15/16} = 3840 = 9.6 \times \frac{f_{3\,max}}{[\text{kHz}]} . \text{ (Gl. 2.1)}$$

So kann hier, weit über die Empfehlung von Shannon [28] hinausgehend, welche zur Abtastung die mehr als die doppelte obere Grenzfrequenz vorsieht, mit fast der zehnfachen Abtastfrequenz und der damit verbundenen erheblich besseren digitalen Umsetzung, insbesondere der Spannungsspitzen, gearbeitet werden.

Das der Bandmaschine wiedergegebene Signal füllt einen von Spannungsbereich von  $U_{REP}/[V] = \pm 2$  aus. Um den von der A/D-Karte berücksichtigten Bereich bestmöglich auszunutzen, werden die Schwingungssignale intern auf  $U_{AD}/[V] = \pm 4$  verstärkt ( $\leftarrow$ Bild 2.9). De facto stehen also bei optimaler Signalgröße fast 12bit zur Verfügung.

Die Schwingungssignale a(t) bzw. v(t) werden bei Prüfstandsstillstand mittels eines einfachen Programmes, bei dessen Aufruf Abtastfrequenz, Block-, Werteanzahl, Zieldatei und -verzeichnis angegeben werden, in Datensätze  $a_{A/D}(t_{dig})$  bzw.  $v_{A/D}(t_{dig})$  gewandelt. Die digitale Zeit  $t_{dig}$  zählt die diskreten Werte von 1 bis  $t_{mess}$  und hat für jeden Kanal eine andere Teilung entsprechend den Wiedergabegeschwindigkeiten  $v_{REP}$  und Abtastfrequenzen  $f_{A/D}$ . Die Messdauern betragen jeweils  $t_{mess} \approx 60.000$  Werte und entsprechen Laufdauern von 100, 20 bzw. 2 Umdrehungen für CH1, CH2 bzw. CH3.
## 3 Versuchsplanung und –durchführung

Ziel dieser Untersuchungen ist, einen Wälzlagerschaden möglichst früh und zuverlässig zu detektieren und das Ergebnis auf andere Anwendungen zu übertragen. Diverse Einflüsse von Wälzlagertyp und -baugröße über Schmierung, Kühlung, angrenzende Maschinenteile, bis zu Belastung und Drehzahlen können dabei von Bedeutung sein.

Das Aufgabenfeld ist so komplex, dass nur eine sorgfältige Versuchsplanung und Normierung der Einfluss- und Messgrößen zu sinnvollen Ergebnissen führt.

# 3.1 Organisation, Normierung und Systematisierung der Einflussgrößen

Die einzelnen Einflussgrößen wurden mit fetten Großbuchstaben A bis H gekennzeichnet. Die Zuordnung zeigt **Tabelle 3.1**.

Α	BC	D	Е	F	GH
Lager	Laufdauer	Radiallast	Axiallast	Drehzahl	Messkanal

#### Tabelle 3.1: Kennungen für die Datenverwaltung

Durch Ablage der Messdaten in redundant benannten Verzeichnissen bzw. Dateien **ABCDEFGH.ext** sind eindeutige Rückschlüsse auf sämtliche untersuchten Einflussgrößen möglich. Die Systematik unterstützt in sinnvoller Weise die zur Organisation der Versuche erforderlichen Normierungen und ermöglicht direkt Berechnungen zu den verschiedenen Versuchskonstellationen.

## 3.1.1 Lagertyp

Die technischen Daten der untersuchten Rillenkugellager vom Typ 6210 und 61913 wurden bereits aufgelistet ( $\bigstar$  Kap. 2.2).

Jedem Prüflager (Kennbuchstabe **A**) wurde ein anderes ASCII-Zeichen "0...9, a..." zugeordnet, so dass eindeutig auf den Lagertyp und dessen technische Daten geschlossen werden kann.  $\mathbf{A} = 0$  bis 5 steht für Lager 6210 und  $\mathbf{A} = 6$  bis d für Lager 61913.

Überlebte ein Lager die maximal vorgesehene Versuchsdauer von  $\lambda = 12,8$  (→Kap.3.1.2), wurde es mit einer anderen Bezeichnung weiter betrieben.

### 3.1.2 Laufdauer

Die normierte Laufdauer  $\lambda$  ist eine zentrale Größe, durch die Vergleiche des Ausfallverhaltens von Lagern unterschiedlicher Betriebsbedingungen möglich werden. Über  $\lambda$  können Rückschlüsse auf die Ausfallwahrscheinlichkeit gezogen werden ( $\leftarrow$ Kap. 1.1).

Im Laufe der mittleren Lebensdauer  $L_{50}$  entsprechend  $\lambda = 5$  sollen zwecks genauer Abbildung von Schädigungsprozessen 100 Messungen gefahren werden, die mit dem zweistelligen hexadezimalen Zahlencode

$$\mathbf{BC} = (20 \times \lambda)_{\text{hex}} \tag{Gl. 3.1}$$

durchnummeriert werden.

Es können also (für eine Lagerkennung A) 256 Messungen, entsprechend der 12,8-fachen nominellen Lebensdauer, mit BC benannt werden.

## 3.1.3 Radiallast, Axiallast, Drehzahl

Um die verschiedene Lagertypen untereinander vergleichen zu können, werden die Betriebseinflüsse mittels der jeweiligen dynamischen Tragzahlen *C* bzw. Bezugsdrehzahlen für Ölschmierung  $n_{BO}$  ( $\bigstar$ Kap. 2.2) in

die normierte Radiallast 
$$\Phi_r = \frac{F_r}{C}$$
,  
die normierte Axiallast  $\Phi_a = \frac{F_a}{C}$ , (Gl. 3.2)  
die normierte Drehzahl (griechisch : *ny*!)  $v = \frac{n}{n_{B\ddot{O}}}$ 

umgerechnet.

Ausgehend von der Normierungsgröße sollen die dimensionslosen Größen in Stufensprüngen von 2<sup>-1/2</sup> gestaffelt sein. Die relative Drehzahl kann also z. B. Werte von  $v = \frac{1}{1}, \frac{1}{1,41}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2,83}$  usw. annehmen, was bei einem Lager 6210 den Drehzahlen  $n/[\min^{-1}] = 8500, 6000, 4250, 3000$  usw. entspricht.

Durch folgende Operationen mit dem *logarithmus dualis* =  $ld = log_2$  werden die dimensionslosen Größen in einstellige nicht negative Zahlen

$$\mathbf{D} = -2 \times \mathrm{ld} \boldsymbol{\Phi}_r$$

$$\mathbf{E} = -2 \times \mathrm{Id} \boldsymbol{\Phi}_a, \tag{Gl. 3.3}$$

 $\mathbf{F} = -2 \times \mathrm{ld} v$ 

überführt. Je größer dabei der Wert des Kennbuchstabens ist, desto kleiner ist die betreffende Betriebsgröße.

Die Betriebseinflüsse sollen während einer Messung konstant bleiben, da definierte Änderungen schwer reproduzierbar sind. Außerdem liefern

dynamische äußere Beanspruchungen keine wesentlichen neuen Erkenntnisse, da aufgrund der periodischen Überrollungsvorgänge in jedem Fall die Ringe schwellenden und die Wälzkörper wechselnden Beanspruchungen unterliegen.

Um die Versuchsdauern in vertretbaren Grenzen zu halten, wurden die Lager mit hohen Lasten und Drehzahlen betrieben. Bei den gewählten Lasten gelten die Lager teilweise als überlastet. So wurde von einem namhaften Wälzlagerhersteller errechnet, dass sich bei einem Lager 6210 unter einer relativen Lasten von  $\Phi_r = \frac{1}{2.83}$  und  $\Phi_a = \frac{1}{5.66}$  die Druckellipsen zwischen Kugeln und Ringen derart den Laufbahnrändern nähern, dass die den allgemeinen Berechnungsvorschriften (→Kap. 3.2) zugrunde liegenden Kontaktverhältnisse nicht mehr gewährleistet sind. Im Rahmen der Untersuchungen wurden bei vergleichbaren Lasten dennoch weit überdurchschnittliche Betriebsdauern erreicht ( $\rightarrow$ Kap. 3.3).

Für die Untersuchungen hinsichtlich ihrer Einflüsse auf die Diagnose-Verfahren wurden die Lasten und Drehzahlen für Messungen kurzfristig variiert.

### 3.1.4 Messkanal

Die drei Messkanäle CH1, CH2 und CH3 wurden analog sowohl auf einer Direkt-(DIR-)Spur als auch auf einer frequenzmodulierten (FM-)Spur der Bandmaschine gespeichert ( $\bigstar$ Kap. 2.3.2). Zur Unterscheidung der Speicherart wird dem Kennbuchstaben **G** entweder ein "d" oder "f" zugeordnet. Der Kennbuchstabe **H** nimmt entsprechend den Kanälen die Werte "1, 2 oder 3" an.

Dabei ist nicht jede Kombination sinnvoll: Signale mit GH = d1 weisen eine schlechtere Qualität als mit GH = f1 auf und GH = f3 ist nicht möglich, da sich die Frequenzbereiche von FM-Spur und CH3 nicht überschneiden. Bei CH2 müssen in jedem Fall Abstriche gemacht werden: Entweder muss ein

verminderter Frequenzbereich bei GH = f2 oder Verrauschung bei GH = d2 hingenommen werden.

## 3.2 Ermittlung von Versuchsdauern

Sowohl als Normierungsgröße für die Prüfstandssteuerung als auch für die Abschätzung von Versuchsdauern ist die nominelle Lebensdauer  $L_{10}$  von Bedeutung. Die folgenden Berechnungsvorschriften werden allgemein gültig und in Abhängigkeit von den normierten Größen angegeben. Alle benötigten technischen Daten wurden bereits tabelliert und erläutert ( $\bigstar$ Kap. 2.2 und Kap. 3.1.3).

Ausgegangen wird von der Lebensdauergleichung für Wälzlager [34]:

$$\frac{L_{I0}}{[10^6]} = \left(\frac{C}{P}\right)^p.$$
 (Gl. 3.4)

Einzige Unbekannte ist hier die dynamische äquivalente Lagerlast

$$\frac{P}{[kN]} = X \times \frac{F_r}{[kN]} + Y \times \frac{F_a}{[kN]}.$$
(Gl. 3.5)

Zunächst wird entsprechend Gl. 3.2 normiert. Es ergibt sich die normierte dynamische äquivalente Lagerbelastung

$$\Pi = \frac{P}{C} = X \times \Phi_r + Y \times \Phi_a.$$
(Gl. 3.6)

Gl. 3.6 in Gl. 3.4 eingesetzt ergibt für die nominelle Lebensdauer

$$\frac{L_{10}}{[10^6]} = \Pi^{-p} = (X \times \Phi_r + Y \times \Phi_a)^{-p} .$$
(Gl. 3.7)

Die Bestimmung der Radial- und Axiallastfaktoren X und Y bedingt eine Fallunterscheidung für die Relevanz der Axiallast an dem Grenzwert e. Da ein Ablesen der Werte aus Tabellen [34] für das Steuerungsprogramm nicht in Betracht kommt, wurden die Abhängigkeiten des Axiallastfaktors Y und des Grenzwertes e von der Axiallast durch Exponentialfunktionen angenähert, **Bild 3.1**.





Die Axiallast ist zu berücksichtigen, wenn

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{\Phi_a}{\Phi_r} > e \quad \text{ist. Es gilt dann} 
X = 0.56, (Gl. 3.8) 
Y = 0.861 \times \left(\frac{F_a}{C_0}\right)^{-0.231} = 0.861 \times \left(\Phi_a \frac{C}{C_0}\right)^{-0.231}.$$

Die Axiallast wird nicht berücksichtigt, wenn

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{\Phi_a}{\Phi_r} \le e \text{ ist. Es gilt dann}$$

$$X = 1, \quad (Gl. 3.9)$$

Y = 0.

Der ebenfalls tabellierte Grenzwert e wird durch

$$e = 0,497 \times \left(\frac{F_a}{C_0}\right)^{0,221} = 0,497 \times \left(\Phi_a \frac{C}{C_0}\right)^{0,221}$$
 (Gl. 3.10)

angenähert.

Für die Versuchsplanung war die mittlere Lebensdauer in Tagen  $L_{d50}$  von Interesse, die sich aus der Gleichung

$$\frac{L_{d50}}{[d]} = \frac{5 \times \frac{L_{h10}}{[h]}}{24} = \frac{5 \times \frac{L_{10}}{[10^6]} \times 10^6}{24 \times 60 \times \frac{n}{[min^{-1}]}} = \frac{\left(\frac{C}{P}\right)^p \times 10^6}{288 \times \frac{n}{[min^{-1}]}}$$
(Gl. 3.11)

ergibt. Unter Verwendung von Gl. 3.2 und Gl. 3.7 wird

$$\frac{L_{d50}}{[d]} = \frac{(X \times \Phi_r + Y \times \Phi_a)^{-p} \times 10^6}{288 \times v \frac{n_{B\ddot{O}}}{[\min^{-1}]}}.$$
 (Gl. 3.12)

### 3.3 Durchgeführte Versuche

**Tabelle 3.2** gibt Aufschluss über Typen, Betriebszustände und Laufdauern der Versuchslager. Alle Lager mit  $\lambda_{max}$ >5 wurden über die mittlere Lebensdauer  $L_{50}$  hinaus betrieben, wobei die meisten danach keinerlei Pittings aufwiesen. Häufigste Ausfallursache waren Verunreinigungen. Diese Versuche sind für die Auswertungen von untergeordneter Bedeutung, belegen aber schon an dieser Stelle eindrucksvoll, dass die hohen relativen Lasten  $\Pi$  nicht zu frühzeitigen Zerstörungen führten sondern eher, dass die dynamischen Tragzahlen *C* noch mit Sicherheiten behaftet sind.

A	Kurz- zeichen	$\Phi_r$	$\mathbf{\Phi}_{a}$	П	v	$\frac{L_{10}}{[10^6]}$	$\frac{L_{d50}}{[d]}$	$\lambda_{max}$
0	6210	<sup>1</sup> / <sub>5,66</sub>	<sup>1</sup> / <sub>8</sub>	<sup>1</sup> / <sub>3,89</sub>	<sup>1</sup> / <sub>1</sub>	58,8	24,0	2,05
1								-
2		<sup>1</sup> / <sub>4</sub>		<sup>1</sup> / <sub>3,26</sub>		37,7	15,4	3,60
3								3,85
4			<sup>1</sup> / <sub>5,66</sub>	<sup>1</sup> / <sub>2,89</sub>		24,1	9,83	9,85
5		<sup>1</sup> / <sub>4</sub> *	<sup>1</sup> / <sub>5,66</sub> *	<sup>1</sup> / <sub>2,89</sub>	<sup>1</sup> / <sub>1</sub> *			9,20
6		<sup>1</sup> /2	1/500	<sup>1</sup> /1 00	<sup>1</sup> /1			7,65
78	61913	• 2	, 2,00	71,99	,1	7,87	3,37	19,85
9a		<sup>1</sup> / <sub>2</sub> *	<sup>1</sup> / <sub>5,66</sub> *	<sup>1</sup> / <sub>1,99</sub>	<sup>1</sup> / <sub>1</sub> *			13,30
b		<sup>1</sup> / <sub>2</sub>	<sup>1</sup> / <sub>4</sub>	<sup>1</sup> / <sub>1,75</sub>	<sup>1</sup> /.	5,38	2,30	3,90
cd		<sup>1</sup> / <sub>2,83</sub>	<sup>1</sup> / <sub>5,66</sub>	<sup>1</sup> / <sub>2,38</sub>	/1	13,4	5,75	>25

Tabelle 3.2: Versuchslager

\*Betriebsgrössen wurden variiert

## 3.4 Steuerungstechnik

Die bei der Versuchsdurchführung eingesetzte Steuerungstechnik soll bei Fälligkeit einer Messung drei Signalkanäle sequentiell mit jeweils optimaler Verstärkung aufnehmen, wobei während des gesamten Prüfstandsbetriebes eine regelmäßige Schmierung und die Einhaltung zulässiger Grenzwerte sämtlicher Betriebsgrößen gewährleistet sein muss. Dazu mussten Radial- und Axiallast, Antriebsmoment, Temperatur und Drehzahl am Prüflager ständig kontrolliert werden.

### 3.4.1 Installation und Konfiguration der I/O-Karten

Tatsächlich ist die Steuerungsaufgabe umfangreicher und wurde so universell konzipiert, dass zur Realisierung zwei PC-Steuerungskarten mit folgenden relevanten Eigenschaften bzw. Konfigurationen erforderlich wurden:

- Zwei 8bit-Input-Ports (TTL), durch Optokoppler galvanisch getrennt und zwei 8bit-Output-Ports, galvanisch getrennt durch Relais zur Schaltung von Niederspannungen
- Drei als Output definierte 8bit-Ports (TTL), galvanische Trennung zweier Ports mittels Sperrdioden und des dritten durch Relais zur Schaltung von Netzspannungen, drei 16bit-Zähler.

Zur Erfassung der Drehzahl n bzw. der Laufdauer l, die über CH8 als TTL-Spannung mit drehzahlproportionaler Frequenz eingehen, war die in **Bild 3.2** skizzierte Verbindung der beiden Karten über einen Schmitt-Trigger notwendig.



Bild 3.2: Drehzahl- und Laufdauererfassung

### 3.4.2 Steuerprogramm

Da die PC-gesteuerte Aufnahme der Schwingungssignale zeitversetzt zur Auswertung geschieht, müssen diverse Ereignisse im Rahmen der Prüfstandssteuerung dokumentiert werden. Für jedes Lager A werden zwei Dateien angelegt:

- 1. A.ime: Die Info-Mess-Datei enthält für jede Messung neben dem Aufnahmezeitpunkt und der Messkennung **BC** noch die optimalen Verstärkungen  $v_{1 opt}$ ,  $v_{2 opt}$  und  $v_{3 opt}$ .
- 2. A.ist: Die Info-Steuer-Datei wird während des Prüfstandsbetriebes in Minutenabständen mit den absoluten bzw. relativen Laufdauern  $l/[10^6]$  und  $\lambda$ , den Pegelwerten  $a_{1RMS}/[g]$ ,  $a_{2RMS}/[g]$  und  $v_{3RMS}/[\mu m/s]$ , den Betriebsgrössen  $F_r/[kN]$ ,  $F_a/[kN]$  und  $n/[\min^{-1}]$  und dem Zeitpunkt beschrieben.

**Bild 3.3** zeigt den wesentlichen Ablauf des Steuerprogrammes. Beim Starten des Programmes werden die bisherige Laufdauer des Lagers l und die Kennbuchstaben **D**, **E** und **F** für Radial-, Axiallast und Drehzahl eingegeben. Aus diesen wird zunächst über eine Lebensdauerberechnung ( $\Rightarrow$ Kap. 3.2) das Messintervall  $\Delta l_{mess}$  ( $\Rightarrow$ Kap. 3.1.2) ermittelt und anschließend die Messkennung **BC** auf den Wert der vorangegangenen Messung initialisiert. Bei einem neuen Lager ist demzufolge **BC** = -1.

Der Programmzyklus wird im 60s-Takt durch Ablesen des Zählers und Bestimmung von Drehzahl *n*, absoluter und relativer Laufdauer *l* und  $\lambda$ begonnen. Nach jedem Schmierimpuls wird ein Relais geöffnet und geschlossen und somit ein Monoflop-Schalter betätigt. Bei einem Absturz des Steuerungs-PCs (auch während dieses Vorganges) wird der Prüfstand 75s nach dem letzten Schmierimpuls abgeschaltet.

Mit der folgenden Abfrage wird entschieden, ob eine Messung fällig ist oder nicht:

- Keine Messung ("nein"-Zweig): Zunächst werden die Pegelwerte der drei Signalkanäle a<sub>IRMS</sub> usw. bestimmt (←Kap. 2.3.2). Erst, wenn diese bekannt sind, ist der Prüfstand messbereit, siehe "ja"-Zweig. Nach Bestimmung der übrigen Betriebsgrößen werden alle ermittelten Werte des Zyklusses in die Info-Steuer-Datei geschrieben und mit Grenzwerten verglichen: Liegt einer der eingestellten Betriebseinflüsse Radiallast F<sub>r</sub>, Axiallast F<sub>a</sub> und Drehzahl n fünfmal hintereinander außerhalb eines ±5%-Toleranzfensters oder eine der aus dem Betrieb resultierenden Größen Antriebsmoment M<sub>an</sub> und Temperatur T einmal über einem Grenzwert, wird abgeschaltet.
- 2. <u>Messung ("ja"-Zweig)</u>: Die aktuelle Messkennung **BC** wird errechnet und der Kanalzähler **H** initialisiert. Anschließend werden Zeitpunkt und Messkennung **BC** in der Info-Mess-Datei vermerkt. In der Messschleife wird zunächst der Kanalzähler **H** errechnet und der Kanal freigeschaltet. Die optimale Verstärkung  $v_{optH}$  wird für das Signal des betreffenden Kanales aus dessen Signalpegel errechnet, geschaltet und in die Info-Mess-Datei geschrieben. Für alle drei Signalkanäle CH1 bis CH3 wird die Messschleife durchlaufen und eine Aufnahme gemacht. Hat die Messkennung den Wert **BC** = ff<sub>hex</sub> = 255<sub>dez</sub> erreicht, können unter dieser Lagerkennung **A** keine weiteren Messdateien benannt werden. Dasselbe Lager wird weiterbetrieben, mit der Laufdauer l = 0neu angemeldet und bekommt für folgende Messdateien eine andere Lagerkennung **A**.



Bild 3.3: Flussdiagramm der Prüfstandssteuerung

Weitere Aufgaben der Steuerung bestehen darin, die Kühlluft während der Signal-Aufnahmen abzuschalten, die Mess- und Kanalkennungen **BC** und **H** in 8bit- bzw. 2bit-Darstellung zur eindeutigen Identifikation der Messung auf Band aufzuzeichnen und auf dem Monitor den Verlauf des Programmes anzuzeigen.

## 3.5 Datenaufbereitung

Zur Weiterverarbeitung stehen dem Rechner die Schwingungssignale als digitale Datensätze  $a_{1A/D}(t_{dig})/[dig]$ ,  $a_{2A/D}(t_{dig})/[dig]$  und  $v_{3A/D}(t_{dig})/[dig]$  aus den Rohdateien zur Verfügung. Die Aufbereitung der Daten ist in die Auswertesoftware implementiert, da die einzelnen Diagnosekennwerte nach verschiedenen Aufbereitungsschritten am günstigsten zu bestimmen sind.

Stellvertretend für alle drei Messkanäle wird hier die Aufbereitung von Daten  $a(t_{dig})/[g]$  beschrieben.

#### 3.5.1 Physikalische Größen

Da die physikalischen Mittelwerte der drei Messkanäle stets  $a_{mit}/[g] = 0$  sein müssen, werden zunächst die Mittelwerte der digitalen Datensätze  $a_{A/D mit \mathbf{R}}/[\text{dig}] \in 5$  über der Messdauer  $t_{mess}$  bestimmt mit

$$a_{A/D mit \mathbf{R}} = \frac{1}{t_{mess}} \sum_{t_{dig}=1}^{t_{mess}} a_{A/D} (t_{dig}) \approx 2048 \quad . \tag{Gl. 3.13}$$

 $a_{A/D mit \mathbf{R}}/[\text{dig}]$  muss für jede Datei separat bestimmt werden, um eventuelle Nullpunktsabweichungen zu kompensieren. Die Messdaten werden mit folgender Formel in die physikalischen Messgrößen

$$\frac{a(t_{dig})}{[g]} = \frac{\frac{a_{A/D}(t_{dig})}{[dig]} - \frac{a_{A/D \ mit \ \mathbf{R}}}{[dig]}}{v_{opt} \times \frac{E}{\left[\frac{\mathrm{dig}}{g}\right]}}$$
(Gl. 3.14)

zurückgerechnet und anschließend abgespeichert.

Nach dem Herausrechnen der Mittelwerte wird durch die optimale Messverstärkung  $v_{opt}$  und die Empfindlichkeit der gesamten Messkette E/[dig/g]geteilt. Während die Empfindlichkeiten E der Kanäle CH1, CH2 und CH3 jeweils konstant sind, wurden die Messverstärkungen  $v_{opt}$  für jede Messung und jeden Kanal bestimmt und in der Info-Mess-Datei abgelegt ( $\clubsuit$ Kap. 3.4.2).

#### 3.5.2 Normierung auf Effektivwert

In sämtlichen untersuchten Verfahren sind die Effektivwerte der Schwingungssignale  $a_{eff}$  zentrale Größen. Die Bestimmungsgleichung vereinfacht sich aufgrund der Tatsache, dass alle Mittelwerte  $a_{mit}/[g] = 0$  sein müssen. Hier gilt

$$\frac{a_{eff}}{[g]} = \sqrt{\frac{1}{t_{mess}} \sum_{t_{dig}=1}^{t_{mess}} \left(\frac{a(t_{dig}) - a_{mit}}{[g]}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{t_{mess}} \sum_{t_{dig}=1}^{t_{mess}} \left(\frac{a(t_{dig})}{[g]}\right)^2}.$$
 (GI. 3.15)

Alle Effektivwerte werden in der Info-Auswerte-Datei A.iau gespeichert.

Die Normierung der physikalischen Signalwerte  $a(t_{dig})/[g]$  bzw.  $v(t_{dig})/[\mu m/s]$ bringt erhebliche Vereinfachungen in den Auswertung mit sich. Da es für das *v* keinen entsprechenden griechischen Buchstaben gibt, wird hier für die "Geschwindigkeit" (griech.: ταχος) ein  $\tau$  gewählt. Es ergeben sich die relativen Beschleunigungswerte  $\alpha(t_{dig}) = \frac{a(t_{dig})}{a_{eff}}$  (Gl. 3.16) und die relativen Körperschallschnellewerte  $\tau(t_{dig}) = \frac{v(t_{dig})}{v_{eff}}$ .

Die digital ermittelten Effektivwerte  $a_{eff}$  entsprechen den analog gemessenen Signalpegeln  $a_{RMS}$ , die zur Ermittlung der optimalen Signalverstärkung ( $\bigstar$ Kap. 3.4.2) bestimmt wurden.  $a_{RMS}$  ist jedoch für Normierungen nicht geeignet, da aufgrund der verzweigten Messketten Ungenauigkeiten auftreten können ( $\bigstar$ Kap. 2.3.2).

### 3.5.3Umkehrpunktfolgen

Da die schädigende Wirkung schwingender Beanspruchungen nur durch die Extrema beschrieben wird, sollen bei einigen Auswertungen nur diese berücksichtigt werden.

Die normierten Datensätze  $\alpha(t_{dig})$  mit  $t_{mess}$  äquidistanten diskreten Werten werden in Umkehrpunktfolgen auf einer ordinalen Zeitskala  $\alpha_{umk}(t_{ord})$  mit  $t_{anz}$  Werten überführt und abgespeichert. An dieser Stelle gehen sämtliche Informationen über Frequenzen verloren.

## 4 Simulationen

Bei der Auswertung realer Signale ergaben sich verschiedene Effekte, die mittels simulierter Signale gezielt herbeigeführt und erklärt werden sollen. Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten mechanischen Schwingungen haben überwiegend stochastischen Charakter. Im Gegensatz zu deterministischen Schwingungen ist laut Buxbaum und Zaschel [5] der Verlauf nicht exakt reproduzierbar oder gar vorhersehbar. Grundelemente der Simulationen sind stochastische Signale, die in einem Fall durch ein deterministisches Signal (Brummen) verfälscht werden.

### 4.1 Stochastische Schwingungen

Die stochastischen Signalkomponenten werden durch stationäre Gauß-Prozesse beschrieben. Wesentliche Voraussetzung für die Vergleichbarkeit von simulierten und untersuchten Schwingungen ist nach Fischer und Haibach [12], dass die Signalwerte symmetrisch um einen konstanten Zeitmittelwert Null verteilt sind. Diese wird durch den stationären Prüfstandsbetrieb während der Messungen (€Kap. 3.1.3) erfüllt. Für die Generierung genügt die Kenntnis bzw. Vorgabe des Spektrums [12].

Jedes erdenkliche Signal a(t) ist durch eine Summierung beliebig vieler Cosinoiden der Amplituden  $a_i$  und Frequenzen  $f_i$  darstellbar durch

$$a(t) = \sum_{i} a_i \left[ \times \cos(2\pi f_i \times t + \varphi_i) \right].$$
(Gl. 4.1)

Sind alle Amplituden  $a_i$  gleich, so spricht man von einem weißen Rauschen;

sind sie Zufallszahlen, so spricht man von einem stationären Gaußschen Zufallsprozess [5].

Da die Phasenverschiebungen  $\varphi_i$  aus dem Amplitudenspektrum  $a_i(f_i)$  nicht hervorgehen, sollen alle  $\varphi_i = 0$  gesetzt werden. In diesem Fall kann  $a(t = 0) \rightarrow \infty$ sehr groß werden und einen nicht stochastisch wirkenden Einschwingvorgang nach sich ziehen. Dieser Effekt kann bei beliebigen Phasenverschiebungen  $\varphi_i \in \mathbf{R}$  periodisch auftreten, wenn es einen größten gemeinsamen Teiler aller Frequenzen GGT( $f_i$ ) gibt. Unrealistisch hohe Amplituden a bei Schwingungen aus vielen Cosinoiden i ohne Phasenverschiebungen sind vermeidbar durch Vorsehen

- 1. einer endlichen Einschwingzeit  $t_{ein} >> 0$  und
- 2. irrationaler Frequenzabstände  $f_{i+1}/f_i \notin \mathbf{Q}$ .

Durch ein konstantes Verhältnis benachbarter Frequenzen  $f_{i+1}/f_i = 2^{1/j} = \text{const}$ wird eine Oktave gleichmäßig in *j* Frequenzen unterteilt, z. B. bei  $f_{i+1}/f_i = 2^{1/12}$  in "Halbtonschritte". Die Spektrallinien erscheinen in jedem Frequenzbereich bei logarithmischer Abzissenskalierung als äquidistant. Konstante Differenzfrequenzen  $\Delta f$  sind hier nicht sinnvoll, da sie, je nach Frequenz  $f_i$ , ungewollte Oberschwingungen und/oder Schwebungen verursachen können.

Um die Cosinoide mit der maximalen Frequenz  $f_{max}$  hinreichend genau darstellen zu können ( $\bigstar$ Kap. 2.3.3), sollen die diskreten Werte  $a(t_{dig})$  für Zeitabstände  $\Delta t_{dig} = 1/(10f_{max})$  errechnet werden.

Die stochastischen Schwingungskomponenten wurden hier mit folgender Gleichung digital generiert,

$$a(t_{dig}) = \sum_{i} \left\{ a_{i} \times \cos\left[ 2\pi \frac{1}{2^{i-1/j}} \times \frac{\left(t_{dig} + t_{ein}\right)}{10} \right] \right\}.$$
 (G1. 4.2)

Anschließend wurde so in ein fiktives A/D-gewandeltes Signal  $a_{A/D}(t_{dig})$ umgerechnet, dass der Effektivwert optimal bei  $a_{A/D eff}/[dig] = 512$  liegt und der Mittelwert optimal bei  $a_{A/D mit}/[dig] = 2048$ ,

$$\frac{a_{A/D}(t_{dig})}{[\text{dig}]} = \text{rund}\left(\frac{a(t_{dig})}{a_{eff}} \times 512\right) + 2048.$$
(Gl. 4.3)

"Übersteuerte" Werte wurden auf die "Messbereichsgrenzen"  $0 \le a_{A/D}(t_{dig})/[\text{dig}] \le 4095$  zurückgesetzt.

## 4.2 Der Unregelmäßigkeitsfaktor I

Eine bestimmte Qualität des Signals wird durch das Verhältnis der Anzahlen von Nulldurchgängen zu Umkehrpunkten

$$I = \frac{N_0}{N_1} \tag{Gl. 4.4}$$

beschrieben. Der Unregelmäßigkeitsfaktor kann Werte zwischen  $0 < I \le 1$ annehmen. I = 0 ist nicht erreichbar, da stochastische Prozesse definitionsgemäß (**K**ap. 4.1) mindestens einen Nulldurchgang haben müssen. I = 1 ergibt sich z. B. bei einer reinen Sinusschwingung. Generell ist I bei schmalbandigen Prozessen groß und bei breitbandigen klein.

Da hier endliche Abschnitte nichtperiodischer Signale generiert und untersucht werden, ist die direkte Bestimmung dieses statistischen Kennwertes aus dem Spektrum von Interesse. Es gilt nach Fischer und Haibach ohne Herleitung [12]

$$I = \frac{\int_{0}^{\infty} \omega^{2} G(\omega) d\omega}{\sqrt{\int_{0}^{\infty} G(\omega) d\omega \times \int_{0}^{\infty} \omega^{4} G(\omega) d\omega}}.$$
 (Gl. 4.5)

Die Integrale können aufgrund der hier zur Generierung verwendeten diskreten Kreisfrequenzen  $\omega_i = 2\pi f_i$  in Summen überführt und vereinfacht werden zu

$$I = \frac{\sum_{i} [f_i^2 G(f_i)]}{\sqrt{\sum_{i} [G(f_i)] \times \sum_{i} [f_i^4 G(f_i)]}}.$$
 (Gl. 4.6)

Für die spektrale Leistungsdichte  $G(f_i)$  gilt nach Buxbaum und Zaschel allgemein [5] und speziell für Cosinoiden vereinfacht

$$G(f_i) = \frac{\frac{1}{t_{me\beta}} \int_{0}^{t_{me\beta}} |a(t, f_i)|^2 dt}{\Delta f_i} = \frac{a_{i\,eff}^2}{\Delta f_i} = \frac{a_i^2}{2 \times \Delta f_i}.$$
(Gl. 4.7)

Die Frequenzbandbreiten sind für Cosinoiden strenggenommen  $\Delta f_i = 0$ . Hier werden als obere und untere Grenzfrequenzen  $f_o$  bzw.  $f_u$  die geometrischen Mittel zu den benachbarten Frequenzbändern gebildet,

$$\Delta f_i = f_o - f_u = \sqrt{f_{i+1} \times f_i} - \sqrt{f_{i-1} \times f_i} = f_i \times \left(2^{1/2j} - 2^{-1/2j}\right)$$
(Gl. 4.8)

Gl. 4.7 und Gl. 4.8 in Gl. 4.6 eingesetzt ergeben somit für diesen Fall vereinfacht den Unregelmäßigkeitsfaktor



Man erkennt, dass bei der Generierung von Signalen aus Cosinoiden mit Frequenzenverhältnissen  $f_{i+1}/f_i$  = const die Anzahl von Cosinoiden pro Oktave *j* rechnerisch keinen Einfluss auf den Unregelmäßigkeitsfaktor *I* hat.

## 5 Zwei- und mehrparametrige Klassierverfahren

Eine ursprüngliche Intention vieler Klassierverfahren ist, wie zum Beispiel bei Krüger et. al. [23] beschrieben, in relativ kurzen Feldversuchen Lastkollektive für schwingungsbeanspruchte Bauteile zu ermitteln, die dann in kostengünstigeren Laborversuchen anhand rekonstruierter Beanspruchungs-Zeit-Funktionen simuliert werden können. Durch Extrapolation des ermittelten Kollektives kann so nach Flaig et. al., Messerschmidt und Sonsino et. al. [13, 24, 27] ein Bauteil unter realitätsnahen Bedingungen bis zum Ausfall getestet werden.

Klassierverfahren dienen also in vielen Anwendungsgebieten der Statistik dazu, große Datenmengen zu reduzieren. Die Datenreduktion beruht darauf, dass der Speicherbedarf eines Schwingungssignals proportional zur Messdauer  $t_{mess}$  steigt, während der des Zählergebnisses konstant bleibt. Darüber hinaus wird angestrebt, vom Informationsgehalt der ursprünglichen Daten möglichst wenig einzubüßen.

Wird eine Folge von Werten in k Klassen und i Dimensionen klassiert, so ist der Speicherbedarf proportional zu  $k^i$ . Man erkennt, dass bei höherdimensionalen Verfahren der Effekt der Datenreduktion fraglich ist. Allerdings ist der höhere Informationsgehalt bei Rekonstruktionen dienlich.

Der Vorteil, Datenmengen zu reduzieren, ist aus heutiger Zeit differenziert zu bewerten, da Speicherplatz inzwischen günstig ist. Eine optimale Datenreduktion wird jedoch für das hier näher untersuchte Rainflow-Verfahren durch die mathematische Beschreibung der 2D-Matrix mittels weniger Parameter angestrebt: Die schädigende Wirkung eines Schwingungssignals beliebiger Länge soll durch ca. 10 Zahlen beschrieben werden. Die Auswertung der untersuchten stochastischen Schwingungen mit Klassierverfahren bietet sich an, da nach Buxbaum und Zaschel [5] jedem Ereignis eine gewisse Wahrscheinlichkeit zugeordnet werden kann. Diese Ereignisse bzw. Schwingspiele sind aus werkstoffmechanischer Sicht Hysteresen, da der Spannungs-Dehnungs-Zustand bei dynamischen Lasten Nichtlinearitäten unterworfen ist und somit nicht dem Hookeschen Gesetz gehorcht. Ein Spannungszyklus ist bezüglich seiner schädigenden Wirkung durch die Koordinaten der Umkehrpunkte zweidimensional hinreichend beschrieben.

Bei der Anwendung auf Schwingungsemissionen von Wälzlagern kann nicht unmittelbar auf eine mechanische Spannung geschlossen werden. Dieses liegt einerseits an den dynamischen Messgrößen Beschleunigung a und Körperschallschnelle v und andererseits daran, dass ein ortsfester Aufnehmer nicht die Beanspruchung der einzelnen beweglichen Wälzlagerkomponenten erfassen kann. Die Untersuchungen sind daher statistischer Art.

Der grundsätzliche Ablauf ist bei allen Verfahren ähnlich: Der Wertebereich der zu untersuchenden Schwingung wird in gleich große Klassen eingeteilt. Die Anzahl der Klassen ist variabel, sollte nach DIN 45667 [10] zwecks Differenzierung von Ereignissen hinsichtlich ihrer schädigenden Wirkung und der Kollektivbildung mindestens k = 10 betragen. Der Schwingung werden je nach Verfahren bestimmte Werte entnommen, die dann entsprechend ihrer Klassenzugehörigkeit gezählt werden. Die Zählung erfolgt entweder als Klassenbesetzung oder als Summenbesetzung. Die Klassenbesetzung gibt die Anzahl der Werte wieder, die in die Klassengrenzen fallen. Die Summenbesetzung zeigt an, wie viele Werte unterhalb der oberen Klassengrenze der betrachteten Klasse liegen.

Die im Anhang ( $\rightarrow$ Kap. A.1) aufgeführten einparametrigen Verfahren sind genormt [10] und meist aus den zwei- und mehrparametrigen ableitbar.

Zu den zweiparametrigen Verfahren zählt die Rainflow-Methode in ihrer ursprünglichen Form. In diesem Abschnitt werden über diese hinaus Varianten und zwei vergleichbare Verfahren vorgestellt. Dabei gibt es durchaus Überschneidungen: Die Bereichspaar-Mittelwert-Zählung findet erst als Rainflow-Variante (→5.3.2) explizite Erwähnung.

Alle hier aufgeführten Zählalgorithmen berücksichtigen ausschließlich die Extrema eines Schwingungssignals. Die Unterschiede der Verfahren sollen daher verdeutlicht werden anhand der beispielhaften Umkehrpunktfolge  $\alpha_{unnk}(t_{ord}) = \{-0,7; 1,3; -1,7; -0,5; -1,7; 1,9; 0,7; 1,4; -2,0; 1,0; -2,0; 0,6\}.$ 

Wie bei den einparametrigen Verfahren ( $\Rightarrow$ Kap. A.1) werden den realen Werten ganzzahlige Klassen zugeordnet. Die Rundungsfehler kompensieren sich bei hinreichend großen Datensätzen und sind aus werkstoffmechanischer Sicht zu vernachlässigen. Daher wird für die Ausführungen zunächst die gerundete beispielhafte Umkehrpunktfolge  $\alpha_{umk}(t_{ord}) = \{-1; 1; -2; 0; -2; 2; \pm; \pm; -2; 1; -2; 1\}$ herangezogen. Die Reihe ist um die zwei (durchgestrichenen) Werte kürzer, die durch das Runden nicht mehr als Umkehrpunkte gelten. Sie repräsentieren ein Ereignis, das für Festigkeitsrechnungen ebenfalls nicht von Bedeutung ist. Erst bei dem hier angewendeten Rainflow-Zählalgorithmus spielen die realen Werte eine wichtige Rolle.

Die mit einem ■ gekennzeichneten ersten und letzten Werte der Datensätze werden nicht als Umkehrpunkte ● betrachtet, da die Vor- bzw. Nachgeschichte nicht bekannt ist.

Der Wertebereich kann jeweils in k = 5 gleich breite ganzzahlig skalierte Klassen unterteilt werden, die regulär symmetrisch um den Mittelwert verteilt sind.

## 5.1 Das Spannen-Mittelwert-Verfahren

(Ebenso: Bereichs-Mittelwert-Zählung, range mean counting)



	Spannen								
	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1 fe	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0 telwe	1	2	0	0	0	0	0	1	1
Ξ. Ξ	0	0	1	0	0	0	1	0	0
-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Bild 5.1: Spannen-Mittelwert-Zählung nach [10]

Hierbei handelt es sich um eine Erweiterung des einparametrigen Spannenverfahrens (→Kap. A.1.5). Spannen von Minima zu Maxima zählen positiv und umgekehrt. Sie sind in **Bild 5.1** durch entsprechend orientierte Pfeile kenntlich gemacht und können aufgrund der Klassierung nur ganzzahlige Werte annehmen. Die Mittelwerte der einzelnen Spannen sind durch Kreise markiert. Halbzahlige Werte werden der höheren Klasse zugeordnet.

Die Spannen-Mittelwert-Matrix besteht aus zwei Dreiecksmatrizen. Alle Felder, die definitorisch nicht belegt sein können, sind dunkelgrau hinterlegt. In den hellgrauen Feldern wurden Ereignisse gezählt.

In einer Variante [31] werden nur die positiven Spannen berücksichtigt. Entsprechend fällt die linke Dreiecksmatrix weg.

## 5.2 Das Markov-Verfahren

(Ebenso: Von-bis-, Transitions-, Übergangs- oder Korellations-Verfahren)



			z		
	-2	-1	0	1	2
-2	0	0	1	1	1
-1	0	0	0	0	0
\$ 0	1	0	0	0	0
1	2	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0



Die fünf Klassen werden als Start- und Zielklassen s bzw. z bezeichnet. Die beiden begrenzenden Start- und Zielpunkte einer Spanne sind die Parameter des 2D-Markov-Verfahrens. **Bild 5.2** zeigt das Zählergebnis.

In der 3D-Variante werden drei aufeinanderfolgende Umkehrpunkte als beschreibende Parameter verwendet. Jede Spanne wird somit zwei Mal in der kubischen Matrix abgelegt. Dieses dient der Möglichkeit einer zuverlässigeren Rekonstruktion des Zeitsignals. Auch höherdimensionale Varianten werden bei Conle und Topper [9] erwähnt.

## 5.3 Das Rainflow-Verfahren

(Ebenso: Regenfluss-, Pagodendach-Verfahren)

Dieses Klassierverfahren erhielt seine etwas lyrisch anmutende Bezeichnung 1968 von seinen Urhebern, den Japanern Matsuishi, Endo et. al. [11]. Der Name stammt von der bildhaften Darstellung des Zählalgorithmus. Dabei wird die ordinale Zeitachse der Umkehrpunktfolge um 90° gedreht. Der Zählalgorithmus kann dann als Regenfluss dargestellt werden, der von einem Pagodendach fließt.

Die Definition eines Zählereignisses ist bei diesem Verfahren eine geschlossene Beanspruchungs-Hysterese. Dieses relativ komplexe Ereignis ermöglicht, aus dem Rainflow-Verfahren sowohl diverse einparametrige Verfahren (→Kap. A.1), als auch das Spannen-Mittelwert-Verfahren (←Kap. 5.1) und das Markov-Verfahren (←Kap. 5.2) abzuleiten.

## 5.3.1 Zählalgorithmus

Der hier verwendete Zählalgorithmus wird anhand der nicht gerundeten Umkehrpunktfolge in den **Bildern 5.3 a**) bis 5.3 c) schrittweise erläutert. Wie beim Markov-Verfahren werden die Klassen als Start- und Zielklassen s bzw. z bezeichnet. In der folgenden Beschreibung werden die *Rainflow-Algorithmen* kursiv hervorgehoben.

Man stelle sich vor, dass dieses "Pagodendach" trotz seiner vielen Überhänge mit einem einzigen Regenfluss sauber gespült und dieser Vorgang in einer Matrix protokolliert werden soll.



Bild 5.3 a): Rainflow-Zählung, Matrix aus erstem Regenfluss

Bild 5.3 a): Der Regen fließt am Wolkenpunkt W auf die obere Dachfläche und trifft auf eine Dachkante, an der er herabfällt. Jede Dachkante, an der Regen herabfällt, ist ein Startpunkt. Der erste Startpunkt SI ist gefunden. Dort, wo der Regen von einem Startpunkt auf ein darunter liegendes Dach trifft, ist der zugehörige Endpunkt einer Hysterese. Der Endpunkt El und somit die erste Hysterese sind gefunden. Nach zwischenzeitlicher Beanspruchung hat der Werkstoff seinen Ausgangszustand wieder erreicht. Der Zielpunkt einer Hysterese liegt zwischen Start- und Endpunkt. Es ist die oberste derjenigen Dachkanten auf der anderen Hausseite mit dem größten Abstand von der Linie des herabfallenden Regens. Mit dem Zielpunkt ZI ist der andere Extremzustand der Hysterese bekannt. Eine Hysterese ist vollständig beschrieben durch die Koordinaten der Klassen, in denen ihre Start- und Zielpunkte liegen. Die Hysterese S1-Z1-E1 kann also in der Matrix unter den grau markierten Koordinaten (1; -2) abgelegt werden. Der Regen fließt weiter zur nächsten Dachkante S2, von der aus er zu Boden fällt und versickert. Wenn Regen auf den Boden fällt, kann keine Hysterese geschlossen werden. Das Ereignis wird Residuen-Vektor im abgelegt. Da das Residuum lediglich für Ausschwingvorgänge von Bedeutung und bei großen Datensätzen vernachlässigbar ist, wird ihm hier keine Beachtung geschenkt.



Bild 5.3 b): Rainflow-Zählung, Matrix aus zweitem Regenfluss

Bild 5.3 b): Ab dem zweiten Durchgang wird deutlich, wie die Dachpartien zwischen Start- und zugehörigem Endpunkt gereinigt werden: An jeder Dachkante, die als Start- oder Zielpunkt benannt werden konnte, wird eine Klappe geöffnet, die den folgenden Regenfluss umleitet. Durch die zwei Umleitungen innerhalb einer Hysterese trifft ein Regenfluss immer wieder auf seinen Endpunkt. Die Hysterese ist somit geschlossen. Zwischenzeitlich wurde noch der Startpunkt S3 gefunden. Trifft der Regenfluss in Umleitungen auf weitere Dachkanten, so liegen dort Unterhysteresen vor. S3 liegt genau auf einer Klassengrenze. Fällt ein Umkehrpunkt genau auf eine Klassengrenze, wird er der höheren Klasse zugeschrieben. Die gefundene Unterhysterese S3-Z3-E3 hat also die Koordinaten (0; -2). Weiter unterhalb befindet sich eine kleine, für diese Untersuchungen ebenso interessante, Hysterese S4-Z4-E4 mit den Koordinaten (1; 1). Durch Runden der Koordinaten kann Schwingspielen innerhalb einer Klasse keine schädigende Wirkung zugeordnet werden, sie haben rein statistischen Charakter. Als letzte Hysterese im zweiten Durchgang wird S5-Z5-E5 mit den Koordinaten (-2; 1) gefunden. Der hier fallende Regen streift lediglich die unterhalb liegende Dachkante. Ein Endpunkt kann Startpunkt beliebigen folgenden Ereignisses gleichzeitig eines sein. Entscheidend ist, dass der Wert des vorangegangenen Startpunktes zum Schließen einer Hysterese erreicht wird. Anschießend fällt der Regenfluss in ein zweites Residuum.



Bild 5.3 c): Rainflow-Zählung, vollständige Matrix nach letztem Regenfluss

Bild 5.3 c): Nach Öffnen sämtlicher Klappen an den gefundenen Start- und Zielpunkten läuft der Regenfluss ohne Auffinden weiterer Hysteresen bis zum Bodenpunkt *B*. Werden nach dem Öffnen von Klappen in einem weiteren Durchgang keine neuen Hysteresen entdeckt, ist das Zeitsignal vollständig erfasst. Jeder Umkehrpunkt wurde als Start- oder Zielpunkt identifiziert. Durch die Klappen wird der Regenfluss vom Wolkenpunkt W bis zum Bodenpunkt B über sämtliche Dachpartien geleitet. Die Rainflow-Matrix ist vollständig.

Ein so entstandenes Belastungskollektiv beschreibt im allgemeinen nur einen kleinen Ausschnitt aus der tatsächlichen Betriebsdauer. Mittels spezieller Algorithmen ist sowohl die Rekonstruktion eines Zeitsignals möglich, das dem ursprünglichen ähnelt und somit nahezu die gleiche Schädigungswirkung hat, als auch die Extrapolation auf größere Betriebsdauern.

Durch das Runden der Umkehrpunkte auf die k verschiedenen Klassenwerte werden insgesamt  $k^2$  Hystereseformen definiert, deren Verteilung innerhalb der Rainflow-Matix **Bild 5.4** zeigt:



**Bild 5.4: Hystereseformen in einer Rainflow-Matrix** 

Man erkennt auf der Hauptdiagonalen und ihren Parallelen jeweils Hysteresen gleicher Schwingbreiten, die mit dem Abstand von der Hauptdiagonalen steigen. Auf der Nebendiagonalen und ihren Parallelen sind Hysteresen jeweils gleicher Schwingmittelwerte, die nach rechts unten ansteigen. Für Festigkeitsrechnungen ist Letzteres interessant, da auf alle Hysteresen einer Nebendiagonalparallelen die selbe Wöhlerlinie angewendet wird. In der oberen Dreiecksmatrix bezüglich der Hauptdiagonalen sind sogenannte stehende und in der unteren hängende Hysteresen untergebracht. Da diese hinsichtlich ihrer schädigenden Wirkung identisch sind, kann die Hauptdiagonale gewissermaßen als Symmetrielinie betrachtet werden.

#### 5.3.2 Rainflow-Varianten

Die hier verwendete Rainflow-Zählmethode weist im Gegensatz zu der allgemein gängigen Praxis bei Klassierverfahren folgende Besonderheit auf: Die Klassierung der Umkehrpunkte, also die Rundung der Koordinaten auf den Klassenmittelwert, wird erst nach Erfassen des Ereignisses vorgenommen. Die übliche frühzeitige Rundung ( $\bigstar$ Kap. 5) bewirkt zum einen, dass durch die Elimination kleiner Hysteresen die Hauptdiagonale unbesetzt bleibt [1, 7, 22, 31, etc.], also das Ereignis (1; 1) (←Bild 5.3 c)) nicht erfasst werden kann. Somit entsteht eine für diese Untersuchungen störende Unstetigkeit in der Häufigkeitsverteilung. Ferner sind solche kleinsten Schwingspiele für diagnostische Zwecke interessant, da sie von Mikroanrissen herrühren können.

Bei Sonsino et. al. [27] sind Rainflow-Matrizen erwähnt, die durch eine Schwingbreiten-Schwingmittelwert-Transformation für Festigkeitsrechnungen leichter handhabbar sind. Die hinsichtlich Schädigungswirkung korrekte betragsmäßige Erfassung der Schwingbreiten entspricht einem "Falten" der Matrix (←Bild 5.3 c)) über der Hauptdiagonalen zu einer Dreiecksmatrix. Das Ergebnis ist identisch mit einem weiteren 2D-Klassierverfahren, der Bereichspaar-Mittelwert-Zählung, welche bei Westermann-Friedrich [31] erwähnt wird. Da eine Unterscheidung von stehenden und hängenden Hysteresen in Hinblick auf die Untersuchung der Häufigkeitsverteilung von Interesse ist, soll nicht in dieser Weise transformiert werden.

Eine bedeutende Erweiterung des Zählalgorithmusses aufgrund werkstoffmechanischer Überlegungen betrifft beginnende Schwingvorgänge, also nicht die hier untersuchten Signalausschnitte. Die Messgrößen der Zeit-Signale repräsentieren z. B. mechanische Spannungen  $\sigma$  oder Dehnungen  $\varepsilon$ . Bei statischen Beanspruchungen besteht zwischen  $\sigma$  und  $\varepsilon$  ein linearer Zusammenhang, das Hookesche Gesetz. Clormann und Seeger [7] beschreiben hingegen, wie im dynamischen Fall aufgrund des Masing-Memory-Modells zwischen zwei nicht linearen Beziehungen (Masing-Effekt) unterschieden werden muss, je nachdem, ob ein  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Zustand bereits in seiner Vorgeschichte einmal betragsmäßig erreicht wurde (Memory-Effekt) oder nicht.

In **Bild 5.5** ist ein  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm dargestellt, von dessen Ursprung Erstbelastungskurven schmal gestrichelt in positive und negative Richtung angetragen sind. Am Ende dieser Kurven sind Unterkoordinatensysteme



Bild 5.5: Masing- und Memory-Effekt

platziert, von denen jeweils schmal gezeichnete exemplarische Hystereseäste ausgehen. Die Hystereseäste sind in ihrer Form maßstäblich verdoppelte Erstbelastungskurven. Diesen nicht linearen Zusammenhängen ist zu entnehmen, dass die Spannung  $\sigma$  der Dehnung  $\varepsilon$  vorauseilt. Eine Hysterese ist aber nur dann geschlossen, wenn der Werkstoff den gleichen Spannungs- und Dehnungszustand wiedererlangt.

Steigt die Spannung von  $\sigma_{\oplus}$  auf  $\sigma_{\oplus}$ , so folgt der breit gestrichelt gezeichnete  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Zustand der Erstbelastungskurve. Beim Entspannen auf  $\sigma_{\oplus} < \sigma_{\oplus}$  kann keine Hysterese geschlossen werden, da der  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Zustand jetzt einen Hystereseast durchläuft. Wird die Spannung wieder erhöht, so kann bei  $\sigma_{\oplus} = \sigma_{\oplus}$  die Hysterese mit dem Startpunkt (@), dem Zielpunkt (@) und dem Endpunkt (@) geschlossen werden. Bis  $\sigma_{\oplus} > \sigma_{\oplus}$  folgt der  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Zustand wieder der Erstbelastungskurve. Anschließend schwingt die Spannung über  $|\sigma_{\oplus}| > |\sigma_{\oplus}| = \sigma_{\oplus}$  auf zu  $\sigma_{\oplus} > |\sigma_{\oplus}|$ , so dass keine schließfähige Hysterese gefunden wird.

Wendet man diesen Ansatz auf das Beispiel ( Hild 5.3 c)) an, verschwindet die

erste Hysterese (1; -2) im sogenannten Anfangsresiduum [7].

Es ist sehr unwahrscheinlich, dass bei diesen Untersuchungen ein Signalwert erfasst wird, der nicht schon einmal in der Vorgeschichte aufgetreten ist. Die Nichtberücksichtigung des Anfangsresiduums verursacht also mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit einen kleineren Fehler.

Auf werkstoffmechanischen Überlegungen basiert auch das 4D-Rainflow-Verfahren, mit dem die einzelnen Lastspiele von Conle [8] mit vier Werten beschrieben werden. Voraussetzung dafür ist die Kenntnis über den Zusammenhang von Dehnung und Spannung  $\varepsilon(\sigma)$ .

Ist die Dehnung  $\varepsilon$  Messgröße, so wird die in **Bild 5.6** dargestellte hängende Hysterese ① in einer 2D-Rainflow-Matrix unter ( $\varepsilon_{max}$ ;  $\varepsilon_{min}$ ) und die stehende ② unter ( $\varepsilon_{min}$ ;  $\varepsilon_{max}$ ) abgelegt. Beide werden somit hinsichtlich ihrer schädigenden Wirkungen gleich bewertet, obwohl dieses aufgrund der unterschiedlichen Spannungen nicht zutreffend ist. Zur genaueren Beschreibung der Hysteresen spannen zusätzlich zu den Dehnungen von Start- und Zielpunkten  $\varepsilon_s$  bzw.  $\varepsilon_z$  die Ursprungsdehnung der vorangegangenen Halbschleife  $\varepsilon_{old}$  und die Spannung vom Startpunkt  $\sigma_s$  eine vierdimensionale Matrix auf.



Bild 5.6: Unterscheidung von Hysteresen gleicher Dehnungen

Die vierparametrige Beschreibung ermöglicht zusätzlich eine bessere Rekonstruktion des Ausgangssignals. Da der Speicherbedarf der 4D-Matrix proportional zu  $k^4$  ist und der des Zeitsignals proportional zu  $t_{mess}$ , lohnt sich dieses Vorgehen erst bei großen Datensätzen.

## 6 Weiterentwicklung des Rainflow-Verfahrens

Das Rainflow-Verfahren hat sich aus zwei Gründen gegenüber anderen Klassierverfahren durchgesetzt:

- Die ermittelten Kollektive sind zur Bildung von Schadenssummen f
  ür die Betriebsfestigkeitsrechnung am besten geeignet [23] und
- bei der Rekonstruktion des Zeitsignals aus der Matrix wurden laut Keul [19] die besten Ergebnisse erzielt.

Da hier keine Rekonstruktion angestrebt wird, können die Matrizen durch diverse Algorithmen aufgearbeitet werden, die zuverlässigere Auswertungen ermöglichen. Die Extrapolation des gewonnenen Kollektives zu einer rechnerischen Schadenssumme S = 1 wird dagegen durch eine genauere mathematische Beschreibung begünstigt.

# 6.1 Anwendungsorientierte Wahl von Klassenbreite und –zahl

Um für Untersuchungen an beliebigen Signalgrößen stets eine für die mathematische Beschreibung geeignete Auflösung zu erzielen, bietet sich die in **Bild 6.1** gezeigte Normierung der Klassenbreite  $\Delta a$  nach dem Effektivwert an.

Es wurde empirisch ermittelt, dass eine Aufteilung der doppelten Spanne des Effektivwertes in fünf Klassen geeignet ist. Für die nach dem Effektivwert normierten Signale (←Gl. 2.5) gilt



Bild 6.1: Zur Festlegung der Klassenbreite

$$\Delta \alpha = \Delta \tau = \frac{2}{5} = 0,4. \tag{Gl. 6.1}$$

Bei den gewählten Verstärkereinstellungen ( $\bigstar$ Kap. 2.3.2) decken k = 27Klassen den gesamten Messbereich ab. Die jeweils äußeren beiden Klassen sind für statistische Auswertungen nicht nutzbar, da sich in diesen sämtliche Ausreisser und durch Übersteuerung verfälschten Werte befinden.

Höhere Auflösungen sind nicht unbedingt von Vorteil, da sich die gezählten Ereignisse dann auf mehrere Matrizenelemente verteilen und diese somit zu größeren Ungenauigkeiten neigen.

Ältere Ansätze zur Festlegung von Klassenbreite und -zahl ergeben im Hinblick auf das Zeitverhalten der Kollektive Probleme:

 Eine feste Anzahl Klassen k wird symmetrisch so um den Mittelwert angeordnet, dass der größte Signalwert in eine der äußeren Klassen fällt [30, 31]. Dieses Vorgehen birgt die Gefahr, dass ein absoluter Ausreißer große Klassenbreiten Δα verursacht und somit den Rest des Signals in wenige um den Mittelwert angeordnete Klassen zusammenschiebt. Am Beispiel der später zu beschreibenden Häufigkeitsverteilung (→Kap. 6.5.1) mit mehreren Gipfeln wird schnell deutlich, dass hier der trügerische Schluss
gezogen werden kann, bei beginnender Schädigung würden diese Hügel zu einem zusammenwachsen.

2. Die Klassenbreite  $\Delta \alpha$  wird konstant definiert und die Klassenzahl *k* danach ausgerichtet, dass bei symmetrischer Verteilung um den Mittelwert das absolute Extremum in eine der äußeren Klassen fällt [1]. Für schwache Signale, wie sie hier z. B. bei eingelaufenen Wälzlagern vorkommen, resultieren sehr kleine Matrizen mit entsprechend schwacher Auflösung, die zur Beschreibung einer mehrgipfeligen Verteilung ebenso ungeeignet erscheinen. Wählt man schon hier eine ausreichende Auflösung, werden die Matrizen im Verlauf der Schädigung sprichwörtlich explodieren.

## 6.2 Bildung einer versetzten Matrix

Wie bereits erwähnt (←Bild 5.4), erkennt man bei der Rainflow-Zählung auf den Diagonalparallelen jeweils Hysteresen gleicher Schwingbreite bzw. gleicher Schwingmittelwerte. Diese diagonale Anordnung ähnlicher Ereignisse ist ein erster Hinweis auf eine zweckmäßige Koordinatentransformation. Im Hinblick auf diese (→Kap. 6.5.2.1) wird wie folgt vorgegangen:

Ist ein Schwingspiel erkannt worden, wird es nicht nur in dem ganzzahligen Klassenraster (s, z = ...;-1; 0; 1;...), sondern zusätzlich auch in einem halbzahligen Zwischenraster (s, z = ...; -1,5; -0,5; 0,5; 1,5;...) einer versetzten Matrix  $R_V(s;z)$  gleicher Klassenbreite zugeordnet. **Bild 6.2** zeigt das Zählergebnis zum Beispiel.

Da durch die Erstellung zweier Matrizen jedes Schwingspiel doppelt erfasst wird, werden sämtliche Zählergebnisse halbiert. Im Zuge dieser Rechenoperation werden die Elemente der Rainflow-Matrix auch auf die



#### Bild 6.2: Rainflow-Zählung, versetzte Matrix

Messdauer  $l_{mess}$  normiert. Es sei die Anzahl von Hysteresen pro Umdrehung des Wälzlagers

das relative Rainflow - Element (griechisch : *RHO*!)  $P(s;z) = \frac{R(s;z)}{2 \times l_{mess}}$ bzw. das relative versetzte Rainflow - Element  $P_V(s;z) = \frac{R_v(s;z)}{2 \times l_{mess}}$ . (Gl. 6.2)

Die Messdauer beträgt für die Kanäle CH1, CH2 und CH3  $l_{mess} = 100, 20$  bzw. 2. An dieser Stelle gehen die Rainflow-Elemente von ganzen in reale Zahlen über. Der Speicherbedarf vervielfacht sich vorübergehend.

Durch die Bildung zweier Matrizen sind die erfassten Ereignisse mit einer größeren Genauigkeit lokalisierbar, wie **Bild 6.3** zeigt.

Ein beliebiges Schwingspiel  $\bullet$  mit den *s*-*z*-Koordinaten (-0,9; 2,2) wird im ganzzahligen Klassenraster mit (-1; 2) benannt und dem oberen linken  $\Box$  zugeordnet. Im halbzahligen Klassenraster ist es im unteren rechten  $\Box$  um den



Bild 6.3: Lokalisierung eines Schwingspieles bei versetzten Matrizen

Punkt (-0,5; 2,5) lokalisiert. Die tatsächliche Lage des Ereignisses kann auf die grau markierte "Schnittmenge" eingegrenzt werden.

## 6.3 Systematische Fehler

Eine typische Erscheinung in der Statistik sind Unregelmäßigkeiten in Verteilungen, die z. B. durch Wahl einer hinreichend großen Grundgesamtheit geglättet werden können. Bei der Auswertung von Matrizen, die aus nicht digital gefilterten Signalen erzeugt werden, treten jedoch zwei systematische Fehler auf, die auf das Klassieren zurückzuführen sind und somit durch Verlängerung der Messdauer eher deutlicher hervortreten. Auch treten diese Fehler bei geringeren Signalauflösungen von z. B. 8bit anstelle 12bit deutlicher hervor. Die im folgenden hergeleiteten Korrekturen ermöglichen ebenso geringere Anforderungen an "optimale" Verstärkungen.

Wertet man durch den Rainflow-Algorithmus eine Umkehrpunktfolge aus, die jede erdenkliche Start-Zielpunkt-Kombination aus den durch A/D-Wandlung erzeugten diskreten Werten exakt einmal enthält, so wird die resultierende Gleichverteilung in der Matrix durch die in **Bild 6.4 a**) und **Bild 6.4 b**) exemplarisch veranschaulichten Fehler, den "Graben"-Effekt und den "Eierpappen"-Effekt, verzerrt werden.



Bild 6.4 a) Graben-Effekt

**Bild 6.4 b) Eierpappen-Effekt** 

Grund für diese systematischen Fehler sind die zwei Raster mit jeweils konstanten aber unterschiedlichen Teilungen, die sich bei der Klassierung gegenüber stehen: Werte- und Klassenraster.

Beide Effekte sind aufgrund der normierten Klassenbreiten ( $\bigstar$ Kap. 6.1) von jeglichen Umrechnungen der Signalwerte unbeeinflusst. Die Eliminationsvorschriften werden daher am digitalisierten Signal mit günstigen ganzzahligen Rasterwerten  $a_{A/D}$  (gilt für  $a_{1A/D}$ ,  $a_{2A/D}$  und  $v_{3A/D}$ ) anhand der *s*-Koordinate (gilt ohne Einschränkung auch für die *z*-Koordinate) hergeleitet.

Die Lage des Klassenrasters ist durch den realen Mittelwert des digitalen Signals  $a_{A/D \min \mathbf{R}}/[\text{dig}]$  ( $\leftarrow$ Gl. 3.13) festgelegt, um den es symmetrisch angeordnet ist. Durch die Klassenbreite  $\Delta a_{A/D \mathbf{R}}/[\text{dig}] \in 5$  wird die Teilung bestimmt. Sie wird unter Verwendung von Gl. 3.14 und Gl. 3.15 errechnet durch

$$\frac{\Delta a_{A/D \mathbf{R}}}{[\text{dig}]} = 0.4 \times \frac{a_{eff}}{[g]} \times \frac{E}{\left[\frac{\text{dig}}{g}\right]}.$$
(Gl. 6.3)

Da sowohl  $a_{A/D mit \mathbf{R}}$  als auch  $\Delta a_{A/D \mathbf{R}}$  mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit nicht ganzzahlig sind, muss davon ausgegangen werden, dass die Anzahl der Rasterwerte von Klasse zu Klasse um eins verschieden sind und, dass diese Unterschiede unsymmetrisch um den Mittelwert verteilt sind.

Zur Elimination der beiden systematischen Fehler ist es notwendig zu wissen, wie viele Rasterwerte welcher Klasse s bzw. z tatsächlich zugeordnet wurden. Dazu werden zunächst die realen Werte der oberen Grenzen beschrieben durch

$$a_{A/D OG \mathbf{R}}(s) = a_{A/D mit \mathbf{R}} + \Delta a_{A/D \mathbf{R}} \times \left(s + \frac{1}{2}\right)$$
(Gl. 6.4)

und die der unteren Grenzen durch

$$a_{A/D UG \mathbf{R}}(s) = a_{A/D \min \mathbf{R}} + \Delta a_{A/D \mathbf{R}} \times \left(s - \frac{1}{2}\right)$$
(Gl. 6.5)

Im folgenden ist zu berücksichtigen, dass Werte, die exakt auf eine Klassengrenze fallen, vereinbarungsgemäß der nächsthöheren Klasse zugeordnet werden (←Kap. 5.3.1). Aus der Differenz der entsprechend gerundeten Klassengrenzenwerte errechnet sich die gesuchte ganze Zahl von Rasterwerten pro Klasse:

$$\Delta a_{A/D \mathbf{Z}}(s) = \operatorname{aufrd}[a_{A/D OG \mathbf{R}}(s)] - \operatorname{aufrd}[a_{A/D UG \mathbf{R}}(s)]$$
(Gl. 6.6)

Durch Einsetzen erhält man:

$$\Delta a_{A/D \mathbf{Z}}(s) =$$

$$= \operatorname{aufrd} \left[ a_{A/D \min \mathbf{R}} + \Delta a_{A/D \mathbf{R}} \times \left( s + \frac{1}{2} \right) \right] - \operatorname{aufrd} \left[ a_{A/D \min \mathbf{R}} + \Delta a_{A/D \mathbf{R}} \times \left( s - \frac{1}{2} \right) \right]$$
(G1. 6.7)

## 6.3.1 Elimination des Graben-Effektes

Betrachtet man einen beliebigen Rasterwert im digitalen Zeitsignal  $a_{A/D}(t_{dig})$ , so kann dieser mit jedem anderen Rasterwert eine Hysterese beschreiben, nur nicht mit sich selbst. Der Grund dafür ist, dass kleinste Schwingungen, deren Extrema beim Digitalisieren die selben Rasterwerte zugeordnet werden, bei der Bildung der Umkehrpunktfolge herausfallen.

Dieser Umstand bewirkt, dass die Wahrscheinlichkeit der Hysteresenbildung innerhalb einer Klasse geringer ist als zwischen zwei unterschiedlichen Klassen.

Zur Veranschaulichung wird das Signal, welches eine Gleichverteilung erzeugt, mit einem ganzzahligen Klassenraster  $\Delta a_{A/D z}/[\text{dig}] = 1$  (also ohne Normierung) ausgezählt, bei dem jede Klasse *s*/[dig] bzw. *z*/[dig] nach dem Rasterwert benannt wurde. Das Ergebnis ist in **Bild 6.5 a**) ausschnittsweise dargestellt:

R(s,z)		<i>z</i> /[dig]						
		0	1	2	3			
s/[dig]	0	0	1	1	1	1	1	
	1	1	0	1	1	1	1	
	2	1	1	0	1	1	1	
	3	1	1	1	0	1	1	
	:	1	1	1	1	0	1	
	:	1	1	1	1	1	0	
<b>a</b> ) $\Delta a_{A/D} \mathbf{z}/[\text{dig}] = 1$								

z/[dig]R(s,z)2,5 0.5 ... 2 4 4 //dig 4 2 4 2 4 4 **b**)  $\Delta a_{A/D} \mathbf{z}/[\text{dig}] = 2$ 

Bild 6.5: Zum Graben-Effekt

Die Elemente auf der Hauptdiagonalen zählen die nicht erfassbaren kleinsten Schwingspiele mit "0". Auch bei dem in **Bild 6.5 b**) verwendeten halb so feinen Klassenraster  $\Delta a_{A/D z}/[\text{dig}] = 2$  mit gemittelten Klassenbezeichnungen bewirken die nicht darstellbaren Schwingspiele eine Unterbewertung der Elemente R(s=z). Es leuchtet ein, dass bei beliebig groben Auflösungen stets ein Schnitt entlang der Hauptdiagonalen verläuft.

Die betreffenden (normierten) Elemente werden korrigiert mit

$$P(s = z) = P_{alt}(s = z) \times K_G(s = z).$$
 (Gl. 6.8)

Der Graben-Korrekturfaktor  $K_G$  ergibt sich aus dem Verhältnis von der Anzahl der Rasterwerte in der betreffenden Klasse zur Anzahl der möglichen "Partner" eines beliebigen Rasterwertes,

$$K_G(s=z) = \frac{\Delta a_{A/D \mathbf{Z}}(s=z)}{\Delta a_{A/D \mathbf{Z}}(s=z) - 1} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\Delta a_{A/D \mathbf{Z}}(s=z)}}.$$
 (Gl. 6.9)

Setzt man Gl. 6.7 und Gl. 6.9 in Gl. 6.8 ein, so erhält man:

$$P(s = z) = \frac{P_{alt}(s = z)}{1 - \frac{1}{\operatorname{aufrd}\left[a_{A/D \ mit \ \mathbf{R}} + \Delta a_{A/D \ \mathbf{R}} \times \left(s + \frac{1}{2}\right)\right] - \operatorname{aufrd}\left[a_{A/D \ mit \ \mathbf{R}} + \Delta a_{A/D \ \mathbf{R}} \times \left(s - \frac{1}{2}\right)\right]}}$$
(G1. 6.10)

Die aus dem Graben-Effekt resultierende Abweichung  $A_G$  sei definiert durch

$$\frac{A_G}{[\%]} = \left(\frac{1}{K_G} - 1\right) \times 100. \tag{Gl. 6.11}$$

Wie **Bild 6.6** zeigt, können die aus dem Graben-Effekt resultierenden Abweichungen groß sein.

Bei diesen Untersuchungen wurde durch optimale Verstärkung erreicht, dass die Anzahl Werte pro Klasse stets  $\Delta a_{A/D \mathbf{Z}}/[\text{dig}] \ge 65$  entspricht und die Abweichung maximal 1,6% beträgt. Diese ist relativ gering, aber in Anbetracht der Bedeutung der betroffenen Elemente zu vermeiden.



Bild 6.6: Abweichungen aufgrund des Graben-Effektes

#### 6.3.2 Elimination des Eierpappen-Effektes

Der zweite Fehler resultiert aus der Tatsache, dass die Anzahl der enthaltenen Rasterwerte  $\Delta a_{A/DZ}$  von Klasse zu Klasse im allgemeinen um eins schwankt. Hier ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Start- oder Zielpunkt in die eine oder andere Klasse fällt, nicht gleich groß. Die Abweichungen der Wahrscheinlichkeiten von Start- und Zielpunkten in bestimmten Klassen multiplizieren sich bei der Beschreibung einer Hysterese.

Die einzelnen Matrizen-Elemente werden korrigiert mit

$$P(s;z) = P_{alt}(s;z) \times K_E(s;z).$$
 (Gl. 6.12)

Der Eierpappen-Korrekturfaktor  $K_E$  ist das Produkt der Korrekturen für Startund Zielklasse, die jeweils durch die Quotienten von durchschnittlicher Werteanzahl  $\Delta a_{A/D \mathbf{R}}$  zu tatsächlicher Werteanzahl  $\Delta a_{A/D \mathbf{Z}}$  gebildet werden,

$$K_E(s;z) = \frac{\Delta a_{A/D \mathbf{R}}}{\Delta a_{A/D \mathbf{Z}}(s)} \times \frac{\Delta a_{A/D \mathbf{R}}}{\Delta a_{A/D \mathbf{Z}}(z)}.$$
(Gl. 6.13)

Setzt man Gl. 6.7 und Gl. 6.13 in Gl. 6.12 ein, so erhält man



Die aus dem Eierpappen-Effekt resultierende Abweichung  $A_E$  sei definiert durch

$$\frac{A_E}{\left[\%\right]} = \left(\frac{1}{K_E} - 1\right) \times 100. \tag{Gl. 6.15}$$

Gestalt und Größe der Verzerrungen hängen in vielfältigem Maße vom Mittelwert  $a_{A/D mit \mathbf{R}}$  und der mittlerer Klassenbreite  $\Delta a_{A/D \mathbf{R}}$  ab. In **Bild 6.7 a**) bis **d**) sind exemplarisch Abweichungen aufgetragen, die bei diesen Untersuchungen auftreten können.



Variante **a**) veranschaulicht einen der ungünstigsten Fälle: Der Mittelwert  $a_{A/D mit \mathbf{R}}$  ist exakt ganzzahlig. Ebenso wie halbzahlige Mittelwerte bewirkt dies, dass sich die Unregelmäßigkeiten symmetrisch um das Matrizenzentrum verteilen und somit auch bei einer späteren Glättung (→Kap. 6.5.2.2) nicht vermindert würden. Zudem ist die Klassenbreite  $\Delta a_{A/D \mathbf{R}}$  knapp größer als ganzzahlig, wodurch hier rechnerisch nur jede 10.000ste Klasse deutlich überbewertet wird und somit alle anderen nahezu korrekt bewertet werden. Bei mittelnden Auswertungen innerhalb des Matrizenbereiches bleibt ein Restfehler.

Variante **b**) zeigt den deutlich wahrscheinlicheren Fall eines beliebigen Mittelwertes  $a_{A/D mit \mathbf{R}}$ . Mögliche Symmetriepunkte sind vom Matrizenzentrum weggerückt. Außerdem ist die Klassenbreite  $\Delta a_{A/D \mathbf{R}}$  hier so gewählt, dass rechnerisch nur jede zehnte Klasse überbewertet wird und somit alle anderen entsprechend sichtbar unterbewertet werden.

Variante c) verdeutlicht, dass die Verteilung der Abweichungen keine innerhalb der Matrix erkennbaren Regelmäßigkeiten aufweisen müssen. Eine exakt halbzahlige Klassenbreite  $\Delta a_{A/D}$  erzeugt die in Bild 6.4 b) dargestellte



Bild 6.7 c)

**Bild 6.7 d)**  $a_{A/D mit \mathbf{R}}/[\text{dig}] = 2048,20$  $\Delta a_{A/D \mathbf{R}}/[\text{dig}] = 64,8000$ 

 $a_{A/D mit \mathbf{R}} / [\text{dig}] = 2048,20$  Bild 6.7 d)  $a_{A/D \mathbf{R}} / [\text{dig}] = 64,5600$ 

regelmäßige Verteilung. Hier bewirkt eine kleine Abweichung, dass zwei Spitzen direkt nebeneinander liegen können und, dass der Abstand solcher Häufungen nicht konstant sein muss.

Variante **d**) beschreibt, dass die Verteilung von Variante **b**) auch umkehrbar ist. Grund dafür ist die Klassenbreite  $\Delta a_{A/D \mathbf{R}}$ , die hier knapp kleiner als ganzzahlig ist und nicht größer.

In allen Varianten **a**) bis **d**) ist die Spanne der Abweichungen ca. 3%. Im günstigsten Fall liegen die Abweichungen also bei ca.  $\pm 1,5\%$ . Der Eierpappen-Effekt tritt in den unwahrscheinlichen Fällen nicht auf, wo die mittlere Klassenbreite  $\Delta a_{A/D}$  **R** exakt ganzzahlig ist.

Die größtmögliche Abweichung  $A_{Emax}$  wird in Anlehnung an Variante **a**) ermittelt, indem man die Klassenbreite  $\Delta a_{A/D \mathbf{R}}$  infinitesimal größer als ganzzahlig wählt und die Anzahl Rasterwerte in einer einzigen Start- und Zielklasse gegen  $\Delta a_{A/D \mathbf{Z}max}/[\text{dig}] \rightarrow \Delta a_{A/D \mathbf{R}}/[\text{dig}]+1$  streben lässt.



Bild 6.8: Maximale Abweichungen aufgrund des Eierpappen-Effektes

In **Bild 6.8** ist zu sehen, dass die von der Klassenbreite abhängenden maximalen Abweichungen  $A_{Emax}$  zwei- bis dreimal so hoch sind wie beim Graben-Effekt. Zudem sind die Auswirkungen ohne Berechnung von individuellen Korrekturfaktoren  $K_E(s,z)$  für jede Matrix weder exakt lokalisierbar noch quantifizierbar. Aufgrund dieser Unsicherheit wurde der Einfluss herausgerechnet, obwohl er im Rahmen dieser Untersuchungen relativ gering gehalten werden konnte.

## 6.4 Der Unregelmäßigkeitsfaktor I der Matrix

Mit dem Rainflow-Verfahren ist die Ermittlung des Unregelmäßigkeitsfaktors I einfacher als über die spektralen Leistungsdichten ( $\bigstar$  Kap. 4.2) und auch für nicht stochastische Signale möglich. Das Verhältnis der Anzahlen von Nulldurchgängen  $N_0$  und Umkehrpunkten  $N_1$  kann durch zusätzliche Abfragen während des Zählvorganges nebenher oder noch schneller hinterher direkt aus der Matrix bestimmt werden.

Es gilt folgende Überlegung: Jede Hysterese hat

- 1. zwei Umkehrpunkte und
- 2. entweder zwei oder keine Nulldurchgänge.

	<i>z</i> < 0	<i>z</i> > 0
<i>s</i> < 0		
<i>s</i> > 0		

Bild 6.9: Lage von Hysteresen mit Nulldurchgängen

Betrachtet man eine beliebige geradzahlige Matrix, wie in **Bild 6.9** skizziert, so wird deutlich, dass sich die Hysteresen mit Nulldurchgängen nur in den grau hinterlegten Quadranten befinden können, da ein Vorzeichenwechsel zwischen Start- und Zielpunkt stattgefunden haben muss.

Man kann also Gl. 4.4 für den Unregelmäßigkeitsfaktor *I* erweitern und umformulieren in

$$I = \frac{2 \times N_0}{2 \times N_1} = \frac{\sum_{\substack{s \times z < 0 \\ s, z}} P(s; z)}{\sum_{s, z} P(s; z)}.$$
 (Gl. 6.16)

Bei dieser Beschreibung kann für irrelevante theoretische Fälle auch der Wert I = 0 errechnet werden.

Anhand des Unregelmässigkeitsfaktors sind grobe Rückschlüsse auf Verteilung der Hysteresen in einer Rainflow-Matrix möglich. **Bild 6.10 a**) zeigt einen schmalbandigen Prozess, also eine Schwebung. Kennzeichnend sind Schwingspiele mit einem Mittelwert nahe Null, die sich im Bereich der Nebendiagonalen der Rainflow-Matrix wiederfinden (←Bild 5.4). Breitbandige



Bild 6.10: Zusammenhang zwischen I und der Hysteresenverteilung

Prozesse, wie in **Bild 6.10 b**) dargestellt, neigen eher zu kleinen Schwingbreiten bei deutlich unterschiedlichen Mittelwerten, die bei der Hauptdiagonalen liegen.

## 6.5 Qualitative Beschreibung der Häufigkeitsverteilung

Bei der Auswertung von Feldversuchen sind die Ereignisse in der Rainflow-Matrix aufgrund wechselnder Betriebszustände so unregelmäßig verteilt [27], dass eine mathematische Beschreibung aufwendig ist (→Kap. 6.6.5.1). Die hier untersuchten Betriebsabschnitte mit jeweils stationären Bedingungen liefern dagegen untereinander ähnliche Verteilungen. Mögliche Ursachen von Abweichungen werden mittels Simulationen erklärt und beurteilt.

#### 6.5.1 Schwingungsemissionen von Wälzlagern

Die Verteilungen in den Rainflow-Matrizen von Wälzlagerschwingungen ergab im allgemeinen qualitativ die in **Bild 6.11** dargestellte Form.

Ein Zentralhügel wird durch zwei weitere gleichgroße Nebenhügel flankiert. Entlang der Hauptdiagonalen verläuft ein Bergrücken über den zentralen Gipfel. Der zweite durch die drei Gipfel gebildete Bergrücken verläuft über oder knapp neben der Nebendiagonalen. Das Verhältnis der Volumina vom Zentral- zum Nebengipfelpaar kann von übermächtig bis verschwindend gering sein. Schneidet man das Gebirge parallel zur Hauptdiagonalen in Scheiben, so weisen diese alle offensichtlich eine glockenförmige, einer Normalverteilung ähnelnde, Form auf.

Da die Lage des Gebirges eine Koordinatentransformation (→Kap. 6.5.2.1) nahe legt, nach deren Durchführung die Begriffe Haupt- bzw. Neben*diagonale* nicht mehr haltbar sind, soll im folgenden nur noch von der Haupt- bzw.



Bild 6.11: Qualitative Häufigkeitsverteilung in einer Rainflow-Matrix

Neben*achse* der Verteilung gesprochen werden. Die Achsbezeichnungen verstehen sich analog zu den ursprünglichen Diagonalbezeichnungen und nicht zur ellipsenartigen Grundfläche des Gebirges, da diese, je nach Unregelmäßigkeitsfaktor (€Kap. 6.4), in beide Achsrichtungen langgestreckt sein kann.

#### 6.5.2 Aufbereitung der Matrix

Durch die qualitative Verteilung der gezählten Ereignisse bieten sich einige Operationen an, die die Auswertung der Matrizen erleichtern. Alle Matrizen-Operationen sind nur hier thematisch getrennt aufgeführt. Bei der Auswertung bot sich oftmals eine Zusammenfassung an.

#### 6.5.2.1 Koordinatentransformation

Nicht zuletzt die für Betriebsfestigkeitsrechnungen günstige Zuordnung der Ereignisse nach Schwingbreite b und Schwingmittelwert m legt eine Koordinatentransformation in Form von einer Drehung um 45° nahe. Auch die Analyse der Häufigkeitsverteilung über ihre Achsen erscheint einfacher. Die Transformationsvorschriften lauten

$$b=s-z,$$

m = s + z.

Wie **Bild 6.12** erkennen lässt, besetzen nach der Transformation die Elemente einer einzelnen P(s;z)-Matrix nur die grau hinterlegten Elemente der entstandenen P(b;m)-Matrix.



**Bild 6.12: Koordinatentransformation** 

Hier liegt der Hauptgrund dafür, dass zusätzlich eine Matrix mit versetztem Klassenraster  $P_V(s;z)$  erzeugt wurde ( $\bigstar$ Kap. 6.2). Ferner ist zu erkennen, dass die Klassenbreite der transformierten Matrix  $\Delta \alpha_T$  bzw.  $\Delta \tau_T$  geringer ist. Es gilt

(Gl. 6.17)

$$\Delta \alpha_T = \frac{\Delta \alpha}{\sqrt{2}},$$

$$\Delta \tau_T = \frac{\Delta \tau}{\sqrt{2}}.$$
(Gl. 6.18)

Setzt man die beiden gegeneinander verschobenen Matrizen der beispielhaften Umkehrpunktfolge zusammen, normiert auf eine fiktive Messdauer  $l_{mess} = \frac{1}{2}$  ( $\textbf{\leftarrow}$ Gl. 6.2) und transformiert, so erhält man die in **Bild 6.13** gezeigte rautenförmige Matrix.

P(b;m)		m								
		-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Ь	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	-3	0	0	0	1	1	0	0	0	0
	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	1	1	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0

**Bild 6.13: Transformierte Beispielmatrix** 

Die dunkelgrau hinterlegten Elemente sind aus den beiden Ausgangsmatrizen nicht herleitbar und daher zwangsläufig null. Hellgrau hinterlegt wurden die erfassten Ereignisse; sie bilden stets Paare, deren unterschiedliche Ausrichtungen die höhere Schärfe der Matrix verdeutlichen (€Kap. 6.2). Wäre die Umkehrpunktfolge schon vor der Klassierung gerundet worden ( $\leftarrow$ Kap. 5.3.1), wäre die erzeugte verschobene Matrix abgesehen von einer Koordinatenverschiebung identisch mit der ersten Matrix. Durch diese Operation wird der Speicherbedarf ungefähr verdoppelt.

#### 6.5.2.2 Spiegelungen

Statistische Abweichungen einer Verteilung können durch das Mitteln über Symmetrien korrespondierender Werte verringert werden.

Ideale Symmetrieverhältnisse sind in den Rainflow-Matrizen von stochastischen Prozessen zu finden. Hier sind sowohl Haupt- als auch Nebenachse Symmetrielinien. Die Glättung zu einer Viertelmatrix geschieht durch die Zuordnung

$$P(b > 0; m > 0) = \frac{P_{alt}(b; m) + P_{alt}(-b; m) + P_{alt}(b; -m) + P_{alt}(-b; -m)}{4}.$$
 (Gl. 6.19)

Voruntersuchungen ergaben häufiger Abweichungen des Bergrückens bezüglich der Nebenachsen, die eine Punktsymmetrie bezüglich des Matrizenzentrums aufwiesen. Daher werden im folgenden nur noch Halbmatrizen betrachtet,

$$P(b \ge 0;m) = \frac{P_{alt}(b;m) + P_{alt}(-b;-m)}{2}.$$
 (Gl. 6.20)

Berücksichtigt man die schädigende Wirkung der einzelnen in der Rainflow-Matrix aufgeführten Lastspiele ( $\bigstar$ Bild 5.4), so erkennt man eine Symmetrie bezüglich der Hauptachse. Mittelt man diese zusätzlich zu Gl. 6.20, so erhält man das Resultat aus Gl. 6.19. Dieser Denkansatz wurde in früheren Betrachtungen ( $\bigstar$ Kap. 6.6) gewählt.

#### 6.5.3 Simulierbare Abweichungen

Insbesondere beim niederfrequenten Kanal 1 traten auch nach der Korrektur von Graben- und Eierpappen-Effekt Abweichungen auf, deren mögliche Ursachen hier mit Hilfe von simulierten Schwingungen erörtert werden.

#### 6.5.3.1 Grössenverhältnis Zentral-/Nebenhügel

Unterschiedlich starke Ausprägungen von Zentral- und Nebenhügel sind durch verschiedene Frequenzbereiche modellierbar. Allgemein neigen schmale Frequenzbänder zur Nebenhügelbildung und breite Frequenzbänder zur Zentralhügelbildung, wie **Bild 6.14** verdeutlicht. Hier sind Verteilungen P(b;m) und die zugrunde liegenden normierten Spektren  $a_i(f_i/f_{max}) = \text{const}$  abgebildet. Die generierten Signale  $a_{A/D}(t_{dig})$  beschreiben somit jeweils ein weisses Rauschen.

**Bild 6.14 a)** beschreibt den Fall eines Oktavbandes, das gleichmäßig in j = 12Bänder aufgeteilt ist. Ein Zentralhügel ist lediglich durch die Rasterlinien in *b*-Richtung zu erahnen. Bei Auswertung eines Bandes in Doppeloktavbreite mit gleicher Teilung, **Bild 6.14 b**), sind sowohl Neben- als auch Zentralhügel deutlich ausgebildet. In **Bild 6.14 c**) wurde nochmals auf vier Oktaven verdoppelt, wodurch der Nebenhügel seinen Gipfel einbüßt und mit dem Zentralhügel verschmilzt. **Bild 6.14 d**) zeigt, dass die Anzahl der Oktaven und nicht die der Einzelfrequenzen für die Gestalt der Hügel maßgeblich ist: Es wurden, wie in Bild 6.14 c), vier Oktaven ausgewertet, allerdings in "Ganztonschritten" j = 6, also insgesamt 24 Einzelfrequenzen  $f_i$ , wie in Bild 6.14 b).

Die Tendenz zu mächtigeren Zentralhügeln bei breiten Spektren bestätigte sich bei einer Simulation mit 16 Oktaven. Das Ergebnis wurde mit Gaußschen Zufallsprozessen verifiziert.



Bild 6.14: Einfluss der Bandbreite

#### 6.5.3.2 Zusätzliche Nebenhügelpaare

Hügel sind Häufungen von Ereignissen ähnlicher Mittelwerte und Schwingbreiten. Ein Signal, welches mehrere solcher Häufungen aufweist, ist z. B. die in **Bild 6.15** gezeigte harmonische Schwingung dreier Cosinoiden im Oktavabstand.



Bild 6.15: Spektrum und Signal dreier harmonischer Cosinoiden



Bild 6.16: Einfluss harmonischer Schwingungen

Bei der Generierung wurden keinerlei Phasenverschiebungen  $\varphi_i$  berücksichtigt. Für  $\varphi_i \neq 0$  würden sich nicht mehr unterschiedliche Hysteresetypen ergeben, die allerdings anders angeordnet sind.

Der Effekt mehrfacher Nebenhügelbildung tritt nur bei Kanal 1 auf und ist somit durch die Überrollfrequenzen und ihre Oberschwingungen erklärbar. **Bild 6.16** zeigt Spektren  $a_i(f_i/f_{max})$  von Oberschwingungen verschiedener Grade, die mit einem schwachen weissen Rauschen unterlegt sind, und die zugehörigen Verteilungen P(b;m).

**Bild 6.16 a)** zeigt das Beispiel einer schwach verrauschten Sinusschwingung, wo erwartungsgemäß exakt ein Neben- und ein minimaler Zentralhügel auftreten. Durch Superposition einer Oktavschwingung tritt ein zweiter Nebenhügel auf, der ohne Verrauschung in die nicht dargestellte Matrizenhälfte von **Bild 6.16 b)** gehören würde und erst durch Spiegelung im dargestellten Bereich auftauchen würde. In **Bild 6.16 c)** und **d**) wird deutlich, wie zusätzliche Oktaven immer mehr zusammenwachsende Nebenhügel erzeugen.

#### 6.5.3.3 Stumpf-, Spitz- und Schiefgipfeligkeit

Die Häufigkeitsverteilungen auf den Hauptachsparallelen wurden bereits als glockenförmig, aber nicht zwangsläufig als normalverteilt, beschrieben (€Kap. 6.5.1). Wie schon die vorangestellten Beispiele zeigten, sind von Normalverteilungen abweichende Verläufe generierbar:

- Stumpfgipfeligkeit liegt z. B. in Bild 6.16 d) vor, wo die Schnitte mehrerer Nebenhügel aufgrund harmonischer Schwingungen *nebeneinander* auf einer Hauptachsparallelen liegen. Bei einem stärkeren Grundrauschen wären diese visuell nicht mehr trennbar und würden ein Plateau bilden.
- 2. Spitzgipfeligkeit entsteht, wenn die Schnitte zweier Hügel mit unterschiedlichen Streuungen *übereinander* auf einer Hauptachsparallelen

liegen. Bild 6.14 c) lässt dieses für die Hauptachse b = 0 erahnen, wo Ausläufer der Nebenhügel hinreichen.

Der ebenfalls erwähnte seitliche Versatz des Bergrückens bezüglich der Nebenachse (←Kap. 6.5.1) trat in nennenswerter Größe nur bei Kanal 1 auf. Er kann einerseits aus seitlich verschobenen Nebenhügeln resultieren und andererseits aus Schiefgipfeligkeit.

Schiefgipfeligkeit tritt bei reinen stochastischen Prozessen nicht auf, kann aber durch Verbrummung herbeigeführt werden. Als mögliche Brummquelle kommt bei Kanal 1 der Radialbelastungsriemen in Betracht.

**Bild 6.17** verdeutlicht die bei der Generierung zugrunde liegende Überlegung: Eine reine Sinusschwingung wird additiv mit einer niederfrequenten Sägezahnfunktion überlagert, deren Flanken aus Sinus-Viertel-Perioden bestehen.



**Bild 6.17: Verbrummter Sinus** 

Zunächst wird deutlich, dass den Schwingspielen gleicher Schwingbreite bunterschiedliche Mittelwerte m zugeordnet werden und somit auch hier eine Stumpfgipfeligkeit resultiert. Betrachtet man dann die beiden Abschnitte separat, so erkennt man, dass durch Rainflow-Zählung im aufsteigenden Bereich ausschließlich hängende und im absteigenden ausschließlich stehende Hysteresen erfasst werden können ( $\bigstar$ Bild 5.4). Bei Überlagerung einer stochastischen Schwingung mit schrägen Flanken ist die Wahrscheinlichkeit hängender Hysteresen im aufsteigenden Bereich größer und umgekehrt. Steigende Flanken begünstigen folglich Ereignisse in der unteren und fallende in der oberen Dreiecksmatrix. Um eine bezüglich des Matrizenzentrums symmetrische Schiefgipfeligkeit zu erzeugen, wird im aufsteigenden Ast die Wahrscheinlichkeit großer und im absteigenden die kleiner Mittelwerte erhöht, indem als Flanken Sinusfragmente gewählt werden, die zum Ende hin abflachen.



Bild 6.18: Erzeugung von Schiefgipfeligkeit in der Verteilung *P*(*b*;*m*)

**Bild 6.18 a)** zeigt ausschnittsweise eine Schwebung und die resultierende Rainflow-Matrix in Höhenliniendarstellung. Der Nebenhügel ist bezüglich der *m*-Richtung schmal und symmetrisch. Durch Überlagerung des Brummsignals ergibt sich **Bild 6.18 b)**. Anhand der Höhenlinien ist sowohl die Schiefgipfeligkeit zu erkennen als auch eine deutliche Abflachung.

# 6.6 Mathematische Beschreibung der Häufigkeitsverteilung

Aufgrund der Normierung der Klassenbreiten ( $\bigstar$ Kap. 6.1) ist als erster beschreibender Parameter der jeweilige Effektivwert  $a_{eff}$  bzw.  $v_{eff}$  zu nennen. Streng genommen ist dieser ein eigener statistischer Kennwert.

Um aus den Parametern Rückschlüsse auf eine Schadenssumme zu ermöglichen, müssen zwei Rahmenbedingungen von der Erzeugung der Matrix bekannt sein:

- 1. Die Klassenbreite  $\Delta \alpha_T$  bzw.  $\Delta \tau_T$  zur Bestimmung der Größe bzw. Schädigungswirkung der Schwingspiele ( $\bigstar$ Kap 6.5.2.2) und
- 2. die Messdauer, über die das Kollektiv erstellt bzw. auf wie viele Lastzyklen (←Kap. 6.2) es normiert wurde zur Ermittlung der absoluten Häufigkeiten der Schwingspiele.

Mathematische Beschreibungen der Häufigkeitsverteilung durch parameterbehaftete Funktionen, die einzelne Kollektive gut nachbilden, wurden bereits aufgestellt. Sie werden in den entsprechenden Unterkapiteln beschrieben. Bei Untersuchungen mehrerer Matrizen wiesen die Parameter allerdings ein unbefriedigendes Zeitverhalten auf und waren teilweise ungünstigen Vorzeichenwechseln unterworfen. Zudem sind die Verteilungsfunktionen abschnittsweise definiert.

Da sich die Verteilungen einer Messreihe qualitativ und quantitativ nur geringfügig unterscheiden, ist anzunehmen, dass eine "korrekte" Formel Parameter enthält, die quasikonstant sind und/oder von Zustandsänderungen eindeutig beeinflusst werden und somit eine Schädigungssignifikanz aufweisen.

### 6.6.1 Verteilungen der Ereignisse $\rho(m)$

Wie auch in den älteren Beschreibungen [1, 22] ist die in **Bild 6.19** dargestellte glockenförmige Verteilung P(m) der Elemente auf den Hauptachsparallelen der Ausgangspunkt der Überlegungen, aus der eine Standardnormalverteilung  $\rho(m)$  hergeleitet werden soll.

Es wird zunächst von einer Normalverteilung ausgegangen,



Bild 6.19: Glockenförmige Verteilung auf den Hauptachsparallelen

Zur Herleitung der Gesamtverteilungsfunktion müssen die drei bezüglich der *m*-Richtung beschreibenden Parameter Fläche  $P_{2m}$ , Mittelwert  $\mu_m$  und Streuung  $\sigma_m$  für jede Hauptachsparallele bestimmt und gesondert abgespeichert werden, um später deren Verteilungen in Nebenachsrichtung *b* untersuchen zu können. Diese werden in den Folgekapiteln erläutert.

$$P_{\Sigma m} = \sum_{m} P(m).$$
 (Gl. 6.22)

P(m) lässt sich durch eine weitere Normierung mit  $P_{\Sigma m}$  in eine Standardnormalverteilung überführen,

$$\rho(m) = \frac{P(m)}{P_{\Sigma m}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_m}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{m-\mu_m}{\sigma_m}\right)^2}.$$
 (GI. 6.23)

Der Mittelwert  $\mu_m$  und die Streuung  $\sigma_m$  werden laut Hartung [17] bei gruppierten Daten wie folgt bestimmt, wobei sich durch die Normierung vereinfachen lässt,

$$\mu_m = \frac{1}{P_{\Sigma m}} \sum_m [m \times P(m)] = \sum_m [m \times \rho(m)], \qquad (Gl. 6.24)$$

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{P_{\Sigma m}} \sum_m [(m - \mu_m)^2 \times P(m)]} = \sqrt{\sum_m [(m - \mu_m)^2 \times \rho(m)]}.$$
 (Gl. 6.25)

 $\mu_m$  und  $\sigma_m$  sind nicht für jede Hauptachsparallele *b* sinnvoll bestimmbar. Hier wurde  $b_{max}$  so festgelegt, dass mindestens noch fünf Werte  $\rho(m)$  auftraten.

Für diagnostische Zwecke werden zusätzlich die statistischen Maßzahlen für Schiefe und Exzess in *m*-Richtung  $g_{1m}$  und  $g_{2m}$  bestimmt, **Bild 6.20**.

Hier gelten die durch Normierung zu vereinfachenden Formeln [17]



Bild 6.20: Schiefe  $g_1$  und Exzess  $g_2$ 

$$g_{Im} = \frac{\frac{1}{P_{\Sigma m}} \sum_{m} \left[ (m - \mu_m)^3 \times P(m) \right]}{\sigma_m^3} = \sum_{m} \left[ \left( \frac{m - \mu_m}{\sigma_m} \right)^3 \times \rho(m) \right], \quad (Gl. \ 6.26)$$

$$g_{2m} = \frac{\frac{1}{P_{\Sigma m}} \sum_{m} \left[ (m - \mu_m)^4 \times P(m) \right]}{\sigma_m^4} = \sum_{m} \left[ \left( \frac{m - \mu_m}{\sigma_m} \right)^4 \times \rho(m) \right].$$
(Gl. 6.27)

Von Interesse für Vergleiche mit anderen Diagnoseverfahren sind die Exzesse  $g_{2m}$ , da diese formal dem Kurtosiswert  $\beta_2$  des Schwingungssignals ( $\Rightarrow$ Kap. 6.7.1) entsprechen. Wegen der unterschiedlichen Grundgesamtheiten wurden bewusst die verschiedenen gängigen Bezeichnungen gewählt.

#### 6.6.2 Verteilung der Häufigkeitssummen $P_{\Sigma m}(b)$

Nach Auswertung großer Datenmengen wurde die in **Bild 6.21** bei logarithmischer Ordinatenskalierung dargestellte qualitative Verteilungsfunktion ermittelt.

Allen Verteilungen gemeinsam ist der weitläufige Abfall bei großen *b*-Werten, der in früheren Veröffentlichungen oftmals als "Gerade" gedeutet wurde (s.u.). Im folgenden wird er als Ast einer hängenden Parabel mit seitlich verschobenem Scheitelpunkt beschrieben. In metrischer Skalierung erscheint diese als Normalverteilung **N1**, die den einen Nebenhügel ( $\clubsuit$ Kap. 6.5.1) formt.

Der andere "verbogene" Ast ist mitunter weniger stark geneigt. Dieser Effekt ist durch additive Überlagerung einer zweiten Normalverteilung **N2** modellierbar, die den bezüglich b = 0 symmetrisch angeordneten anderen Nebenhügel beschreibt.



Dhu 0.21. Zur Herichtung von  $T_{2m(0)}$ 

Nun liegt der Schluss nahe, dass die durch den Zentralgipfel verursachte "Verbiegung" durch Überlagerung einer dritten Normalverteilung **N3** entsteht.

Die Gleichung der drei entsprechend überlagerten Normalverteilungen lautet

$$P_{\Sigma m}(b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{P_{\Sigma Z}}{\sigma_{Zb}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{b}{\sigma_{Zb}}\right)^2} + \frac{P_{\Sigma N}}{\sigma_{Nb}} \left[ e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{b-\mu_{Nb}}{\sigma_{Nb}}\right)^2} + e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{b+\mu_{Nb}}{\sigma_{Nb}}\right)^2} \right] \right\}.$$
 (Gl. 6.28)

 $P_{\Sigma m}(b)$  ist zunächst durch fünf Parameter beschrieben:  $P_{\Sigma Z}$  und  $P_{\Sigma N}$  sind die unter Zentral- bzw. Nebenhügel erfasste Anzahl von Ereignissen pro Wälzlagerumdrehung und  $\sigma_{Z b}$ ,  $\sigma_{N b}$  und  $\mu_{N b}$  die entsprechenden Streuungen und Mittelwerte bezüglich der *b*-Richtung. Sie werden aus den Daten und Gl. 6.28 durch 2D-Fitten ( $\rightarrow$ Kap. A.2) vorläufig bestimmt.

Wie bereits angedeutet, gehen die aus der Literatur bekannten Ansätze [1, 22] für die Beschreibung von  $P_{\Sigma m}(b>0)$  von einer Exponentialverteilung, hier also einer fallenden Geraden, aus. Um den Symmetrieeigenschaften gerecht zu werden ( $\bigstar$ Kap. 6.5.1), muss in b = 0 eine Abschnittsgrenze eingeführt werden und eine entsprechend steigende Gerade  $P_{\Sigma m}(b<0)$ .

Für die vielfältigen Verbiegungen der Geraden bei kleinen *b*-Werten sind in der Literatur zwei unterschiedliche Beschreibungen erwähnt:

- 1. Es wird eine weitere Abschnittsgrenze  $b = b_0$  eingeführt. Im Bereich  $0 \le b \le b_0$ wird die Gerade durch ein Polynom dritten Grades ersetzt, Krüger et. al. [22]. Insgesamt müssen für diese Beschreibung sechs Parameter und die Abschnittsgrenze so bestimmt werden, dass an dieser ein tangentialer Übergang stattfindet.
- 2. Zur Geraden wird additiv bzw. subtraktiv eine Glockenkurve überlagert, Barwinek [1]. Diese Beschreibung kommt mit fünf Parametern aus.

## 6.6.3 Verteilung der Streuungen $\sigma_m(b)$

Die Streuungen auf den Hauptachsparallelen weisen in Nebenachsrichtung die in **Bild 6.22** gezeigte Verteilung.



Bild 6.22: Qualitativer Verlauf  $\sigma_m(b)$ 

Eine Beschreibung durch additive Überlagerung einer Normalverteilung mit einer Konstanten ist möglich, aber nicht plausibel.

Vergleicht man den Verlauf  $\sigma_m(b)$  mit dem von  $P_{\Sigma m}(b)$  ( $\bigstar$ Bild 6.21), so lässt sich feststellen, dass  $\sigma_m(b)$  in dem Bereich konstant ist, wo  $P_{\Sigma m}(b)$  praktisch nur noch durch die Normalverteilung **N1** beschrieben wird, die den einen Nebenhügel bildet. Dieses ist bei den hier gewählten Klassenbreiten ( $\bigstar$ Kap. 6.1) im allgemeinen ab  $b \approx 5$  der Fall. Hier kristallisiert sich heraus, dass Nebenhügel und Zentralhügel separiert zu betrachten sind. Der Nebenhügel weist eine eigene Streuung in *m*-Richtung  $\sigma_{Nm}$  auf, die aus den Werten  $\sigma_m(b>5)$ vorläufig bestimmt wird,

$$\sigma_{Nm} = \frac{1}{b_{max} - 5} \sum_{b=6}^{b_{max}} \sigma_m(b).$$
(Gl. 6.29)

Die Streuung des Zentralhügels in *m*-Richtung  $\sigma_{Zm}$  kann hier nur vage vorläufig bestimmt werden. Da für *b* = 0 der Einfluss durch die Nebenhügel am geringsten sein muss, liegt hier der Ausgangswert für weitere Untersuchungen,

$$\sigma_{Zm} = \sigma_m (b=0). \tag{Gl. 6.30}$$

In einer älteren Beschreibung [1] wurde für  $\sigma_m(b)$  von einer fallenden Exponentialverteilung ausgegangen, die für große *b* gegen eine Konstante strebt. Dort gibt es auch bei *b* = 0 eine Abschnittsgrenze.

## 6.6.4Unregelmäßige Verteilungen der Mittelwerte $\mu_m(b)$ , Schiefen $g_{1m}(b)$ und Exzesse $g_{2m}(b)$

Die Mittelwerte  $\mu_m$ , Schiefen  $g_{1m}$  und Exzesse  $g_{2m}$  zeigen allesamt in *b*-Richtung keine einheitliche Verteilung, sondern schwanken nur bei Kanal 1 in nennenswerter Stärke unregelmäßig um  $\mu_m \approx g_{1m} \approx 0$  bzw.  $g_{2m} \approx 3$ . Für weitere Untersuchungen werden für den Nebenhügel in *m*-Richtung analog zu  $\sigma_{Nm}$  ( $\bigstar$ Gl. 6.29) der vorläufige Mittelwert  $\mu_{Nm}$ , die Schiefe  $g_{1Nm}$  und der Exzess  $g_{2Nm}$  errechnet,

$$\mu_{Nm} = \frac{1}{b_{max} - 5} \sum_{b=6}^{b_{max}} \mu_m(b),$$

$$g_{1Nm} = \frac{1}{b_{max} - 5} \sum_{b=6}^{b_{max}} g_{1m}(b),$$

$$g_{2Nm} = \frac{1}{b_{max} - 5} \sum_{b=6}^{b_{max}} g_{2m}(b).$$
(GI. 6.31)

#### 6.6.5 Gesamtverteilungsfunktion *P*(*b*,*m*,...)

Die Verteilungen von Zentral- und Nebenhügeln werden zunächst getrennt hergeleitet.

Die Beschreibung eines Nebenhügels bekommt man durch multiplikative Überlagerung zweier Normalverteilungen,

$$P_{N}(b;m) = P_{\Sigma N} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Nb}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{b-\mu_{Nb}}{\sigma_{Nb}}\right)^{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Nm}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{m-\mu_{Nm}}{\sigma_{Nm}}\right)^{2}}.$$
 (Gl. 6.32)

Durch Zusammenfassen erhält man

$$P_{N}(b;m) = \frac{P_{\Sigma N}}{2\pi\sigma_{N b}\sigma_{N m}} e^{-\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{b - \mu_{N b}}{\sigma_{N b}} \right)^{2} + \left( \frac{m - \mu_{N m}}{\sigma_{N m}} \right)^{2} \right]}.$$
 (Gl. 6.33)

Hierbei handelt es sich nach Bronstein [4] um eine 2D-Normalverteilung unkorrellierter Zufallsgrößen.

Für den Zentralhügel ergibt sich analog die vereinfachte Form

$$P_{Z}(b;m) = \frac{P_{\Sigma Z}}{2\pi\sigma_{Z b}\sigma_{Z m}} e^{-\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{b}{\sigma_{Z b}} \right)^{2} + \left( \frac{m}{\sigma_{Z m}} \right)^{2} \right]}.$$
 (Gl. 6.34)

Die Gesamtverteilungsfunktion erhält man durch additive Überlagerung von Zentral- und Nebenhügeln,

$$P(b;m) = P_Z(b;m) + P_N(b;m) + P_N(-b;-m).$$
 (Gl. 6.35)

Durch Einsetzen und Zusammenfassen erhält man

$$\frac{P(b;m) =}{\left[\frac{P_{\Sigma Z} \times e^{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{b}{\sigma_{Z b}}\right)^{2} + \left(\frac{m}{\sigma_{Z m}}\right)^{2}\right]}{\sigma_{Z b} \sigma_{Z m}} + \frac{P_{\Sigma N} \times \left\{e^{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{b-\mu_{N b}}{\sigma_{N b}}\right)^{2} + \left(\frac{m-\mu_{N m}}{\sigma_{N m}}\right)^{2}\right] + e^{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{b+\mu_{N b}}{\sigma_{N b}}\right)^{2} + \left(\frac{m+\mu_{N m}}{\sigma_{N m}}\right)^{2}\right]}\right]}{\sigma_{X b} \sigma_{X m}} - \frac{1}{2\pi}$$
(GI. 6.36)

Die vorläufige Bestimmung der acht beschreibenden Parameter  $P_{\Sigma Z}$ ,  $\sigma_{Z b}$ ,  $\sigma_{Z m}$ ,  $P_{\Sigma N}$ ,  $\sigma_{N b}$ ,  $\mu_{N b}$ ,  $\sigma_{N m}$  und  $\mu_{N m}$  wurde in den vorangegangenen Kapiteln beschrieben. Nun können diese durch 3D-Fitten (→Kap. A.2) endgültig ermittelt werden. Alle Parameter mit Ausnahme von  $\mu_{N m}$  sind immer positiv und zeigen günstige Zeitverhalten (→Kap. 8.4). Wie sich ebenso später zeigt, nimmt  $\mu_{N m}$  bei der Auswertung rein stochastischer Schwingungen sehr kleine Beträge an und kann deswegen gleich null gesetzt werden. Die Funktion ist also mit sieben charakterisierenden Parametern ohne Bereichsgrenzen definiert und punktsymmetrisch bezüglich des Matrizenzentrums.

In **Bild 6.23** bis **Bild 6.27** werden über die verschiedenen Messkanäle ermittelte Matrizen ihren rechnerischen Näherungen in Höhenliniendarstellung gegenübergestellt.



Bild 6.23: P(b;m) errechnet (oben) und gezählt aus Datei 303460f1.rtr

Bild 6.23: Diese Matrix von Kanal 1 belegt deutlich, dass breitbandige Signale keine ausgeprägten Nebenhügel bilden. Es sind Unregelmässigkeiten zu erkennen, die bei Kanal 1 durch harmonische Schwingungen, auch von benachbarten Maschinenelementen, erklärbar sind. Die Grundfläche der gezählten Verteilung wird durch die ellipsenförmigen 2D-Normalverteilungen rechnerisch gut modelliert.



Bild 6.24: *P*(*b*;*m*) errechnet (oben) und gezählt aus Datei 303460d1.rtr

Bild 6.24: Das gleiche Signal, vom DIR-Kanal der Bandmaschine verrauscht, ist rechnerisch besser modellierbar. Es ist zu erwarten, dass die beschreibenden Parameter ein günstigeres Zeitverhalten haben als beim FM-Kanal, aber weniger signifikant sind. Die stärkere Ausbildung des Zentralhügel ist dadurch erklärbar, dass das Rauschen einen größeren Frequenzbereich umfasst als der Bandpassfilter.



Bild 6.25: P(b;m) errechnet (oben) und gezählt aus Datei 322460f2.rtr

Bild 6.25: Kanal 2 hat, über die FM-Spur aufgezeichnet, mit nur anderthalb Oktaven den schmalsten Frequenzbereich und bildet somit ein deutlich erkennbares Nebenhügelpaar aus. Die gezählte Matrix ist im gesamten Wertebereich gut modelliert worden.


Bild 6.26: *P*(*b*;*m*) errechnet (oben) und gezählt aus Datei 322460d2.rtr

Bild 6.26: Mit der DIR-Spur hat Kanal 2 eine 1,4-fache obere Grenzfrequenz gegenüber der FM-Spur. Dadurch und auch wegen der Verrauschung werden mehr Ereignisse erfasst. Dennoch ist das Nebenhügelpaar deutlich ausgeprägt.



Bild 6.27: P(b;m) errechnet (oben) und gezählt aus Datei 30c460d3.rtr

Bild 6.27: Obwohl Kanal 3 schmalbandig ist, tritt aufgrund von Verrauschung kein ausgeprägter Nebenhügel auf. Die Modellierbarkeit und das Zeitverhalten der Parameter sind für Kanal 3 am besten, was durch den im Resonanzbereich betriebenen Aufnehmer erklärbar ist. Es ergab sich eine Signifikanz, die darauf zurückzuführen ist, dass Störungen benachbarter Maschinenelemente bei diesen hohen Frequenzen nicht bis zum Aufnehmer geleitet werden.

In einem früheren Ansatz dienten  $\rho(m; P_{\Sigma m}; \sigma_m)$ ,  $P_{\Sigma m}(b)$  und  $\sigma_m(b)$  nicht als Hilfsfunktionen zum Ermitteln vorläufiger Parameter, sondern wurden durch direktes Einsetzen in die Gesamtverteilungsfunktion P(b;m) überführt [1]. Dabei wurde vor dem Hintergrund gleicher Schädigungswirkungen von günstigen Symmetrieeigenschaften ausgegangen ( $\bigstar$ Kap. 6.5.2.2), wodurch die Mittelwerte und Schiefen zu  $\mu_m = g_{1m} = 0$  werden. Durch die zusätzliche Glättung können die Streuungen  $\sigma_m$  ( $\bigstar$ Gl. 6.25) zu hohe und die Exzesse  $g_{2m}$ ( $\bigstar$ Gl. 6.27) zu niedrige Werte erlangen.

#### 6.6.5.1 Erweiterter allgemeiner Ansatz

In Anbetracht der Tatsache, dass in den Häufigkeitsverteilungen gewisse Unregelmäßigkeiten auftreten, wird hier noch ein erweiterter allgemein gültiger Ansatz erwähnt, der insbesondere auf nicht stochastische Prozesse anwendbar ist: Die Gesamtverteilungsfunktion ist die Summe aus beliebig vielen 2D-Normalverteilungen korrelierter Zufallsgrößen, wobei keine Symmetrieeigenschaften bzw. Nebenhügelpaare auftreten müssen

$$P(b;m) = \sum_{i} \frac{P_{\Sigma i}}{2\pi\sigma_{ib}\sigma_{im}\sqrt{1-\kappa^{2}}} e^{-\frac{1}{2(1-\kappa^{2})} \left[ \left( \frac{b-\mu_{ib}}{\sigma_{ib}} \right)^{2} - 2\kappa \frac{(b-\mu_{ib})(m-\mu_{im})}{\sigma_{ib}\sigma_{im}} + \left( \frac{m-\mu_{im}}{\sigma_{im}} \right)^{2} \right]}.$$
(GI. 6.37)

Der Korrelationskoeffizient kann Werte von  $-1 < \kappa < 1$  annehmen und ergibt für  $\kappa = 0$  die in Gl. 6.33 beschriebene Form unkorrelierter Zufallsgrößen.

Diese formelle Beschreibung wurde bereits von Reinke [26] für die Kollektive von Markov-Matrizen vorgeschlagen. Sie ist für die hier angestrebten diagnostischen Zwecke wenig geeignet, da im Hinblick auf das Zeitverhalten der Parameter sichergestellt sein muss, dass vergleichbaren Hügeln in verschiedenen Matrizen stets der gleiche *i*-Wert zugeordnet wird. Statistische Abweichungen aufgrund zu kleiner Grundgesamtheiten verursachen zudem zeitlich und/oder örtlich unregelmäßig auftretende Hügel.

#### 6.6.5.2 Vereinfachter spezieller Ansatz

Erweist sich die Beschreibung der Häufigkeitsverteilung P(b;m) mittels eines Zentralhügels und eines Nebenhügelpaares ( $\textbf{\leftarrow}$ Gl. 6.36) als geeignet, können die beiden Volumen-Parameter  $P_{\Sigma\Sigma}$  und  $P_{\Sigma N}$  auf einen festen und einen veränderlichen Parameter reduziert werden. Sie sind auf die Summe aller während einer Umdrehung erfassten Ereignisse zurückzuführen,

$$P_{\Sigma bm} = \sum_{b} P_{\Sigma m}(b) \equiv P_{\Sigma Z} + 2 \times P_{\Sigma N}.$$
 (Gl. 6.38)

Durch Normieren erhält man die relativen Grössen von Zentral- und Nebenhügeln  $\rho_Z$  bzw.  $\rho_N$ ,

$$\frac{P_{\Sigma Z}}{P_{\Sigma bm}} + 2\frac{P_{\Sigma N}}{P_{\Sigma bm}} = \rho_Z + 2 \times \rho_N = 1.$$
(Gl. 6.39)

 $\rho_Z$  und  $\rho_N$  sind also voneinander abhängig nach der Gleichung

$$\rho_N = \frac{1 - \rho_Z}{2}.$$
 (Gl. 6.40)

Gl. 6.38 bis Gl. 6.40 in Gl. 6.36 ergeben somit einen vereinfachten Ansatz mit einem festen Parameter  $P_{\Sigma bm}$  und nur sechs charakterisierenden Parametern  $\rho_Z$ ,  $\sigma_{Z b}$ ,  $\sigma_{Z m}$ ,  $\sigma_{N b}$ ,  $\mu_{N b}$  und  $\sigma_{N m}$ , wobei  $\mu_{N m}$  vernachlässigt werden darf (**K**ap. 6.6.5). Es gilt

$$P(b;m) = \frac{P_{\Sigma bm}}{2\pi} \times \left\{ \frac{\left(\frac{p_{Z} \times e^{-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{b}{\sigma_{Z b}}\right)^{2} + \left(\frac{m}{\sigma_{Z m}}\right)^{2}\right]}{\sigma_{Z b} \sigma_{Z m}} + \frac{\frac{1 - \rho_{Z}}{2} \times \left[e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{b - \mu_{N b}}{\sigma_{N b}}\right)^{2} + e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{b + \mu_{N b}}{\sigma_{N b}}\right)^{2}}\right] \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{m}{\sigma_{N m}}\right)^{2}} \right\}}{\sigma_{N b} \sigma_{N m}} \right\}$$

$$(Gl. 6.41)$$

 $P_{\Sigma bm}$  ist nahezu konstant bei stationären Betriebsbedingungen, da die Summe aller während einer Umdrehung erfassten Ereignisse mit der maximalen erfassten Frequenz  $f_{max}$  und der Drehzahl *n* zusammenhängt,

$$P_{\Sigma bm} \approx \frac{\frac{f_{max}}{[\text{Hz}]} \times 60}{\frac{n}{[\text{min}^{-1}]}}.$$
(Gl. 6.42)

## 6.6.6 Ansätze zu einer Partialklassierung

Der Gedanke, ein Schwingspiel innerhalb einer Matrix genauer lokalisieren zu können ( $\bigstar$  Kapitel 6.2), hat sich für die durchgeführten Untersuchungen als sehr nützlich erwiesen. Allerdings bedeuten Erstellung, Normierung, Transformation und Zusammenfassung mehrerer Matrizen einen großen Aufwand. Deshalb ergibt sich als logische Konsequenz der bisherigen Ergebnisse, das Rainflow-Verfahren so abzuändern, dass gefundene Hysteresen nach Möglichkeit direkt in einer Matrix der gewünschten Form und Schärfe abgelegt werden können. Strenggenommen handelt es sich bei einer Rainflow-Matrix in *b-m*-Koordinaten um das Ergebnis einer Bereichspaar-Mittelwert-Zählung ( $\bigstar$ Kap. 5.3.2) mit der

Erweiterung auf vorzeichenbehaftete Schwingbreiten beziehungsweise Bereichspaare.



Bild 6.28: Zur partiellen Klassierung eines Schwingspieles (*b*<sub>R</sub>;*m*<sub>R</sub>)

**Bild 6.28** zeigt einen  $2\times2$ -Ausschnitt einer ganzzahlig skalierten *b-m*-Matrix. Die transformierte Klassenbreite ( $\leftarrow$ Gl. 6.18) wird hier beschrieben mit

$$\Delta \alpha_T = (b^+ - b^-) = (m^+ - m^-)$$
(Gl. 6.43)

In diese Matrix fällt die mit einem • gekennzeichnete Hysterese mit den realen Schwingbreiten- und -mittelwerten ( $b < b_{\mathbf{R}} < b^+; m < m_{\mathbf{R}} < m^+$ ).

Dieses eine Ereignis sei repräsentiert durch die entsprechend Gl. 6.2 auf ein Lastspiel normierte Schwingspielzahl  $n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})$ . Dabei gelten die beiden im folgenden beschriebenen Ansätze ohne Beschränkung der Allgemeinheit auch für beliebige n(b;m) < 1!

 $n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})$  soll derart in die Schwingspielzahlen  $n(b^-;m^-)$  bis  $n(b^+;m^+)$  der vier Elemente × aufgeteilt werden, dass gilt

$$n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) = n(b^{-};m^{-}) + n(b^{+};m^{-}) + n(b^{-};m^{+}) + n(b^{+};m^{+}).$$
(Gl. 6.44)

Bei Anwendung der im folgenden beschriebenen Vorgehensweisen würden sich zwei Vorteile ergeben:

- 1. Die Häufigkeitsverteilungen werden geglättet, wodurch kleinere Datensätze erforderlich sind und
- die Auswirkungen von Graben- und Eierpappen-Effekt werden deutlich verringert, so dass die ungleich kompliziertere Neuformulierung von Korrekturfaktoren wahrscheinlich nicht mehr notwendig ist.

Der glättende Effekt kann bei Auswertung rein stochastischer Schwingungen durch Ausnutzen der beiden Symmetrien bezüglich der Haupt- und Nebenachse noch erheblich verstärkt werden, indem die Ereignisse gleich über den Beträgen ihrer Koordinaten *|b|* und *|m|* in einer Viertelmatrix abgelegt werden.

#### 6.6.6.1 Momentenansatz

Bei dem ersten möglichen Ansatz soll das Ereignis mit dem Gewicht  $n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})$ entsprechend der Abstände durch vier Gewichte  $n(b^-;m^-)$  bis  $n(b^+;m^+)$  ersetzt werden, deren gemeinsamer Schwerpunkt in  $(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})$  liegt,

$$n(b^{-};m^{-}) = n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) \frac{(b_{\mathbf{R}} - b^{-}) \times (m_{\mathbf{R}} - m^{-})}{\Delta \alpha_{T}^{2}},$$

$$n(b^{-};m^{+}) = n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) \frac{(b_{\mathbf{R}} - b^{-}) \times (m^{+} - m_{\mathbf{R}})}{\Delta \alpha_{T}^{2}},$$

$$n(b^{+};m^{-}) = n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) \frac{(b^{+} - b_{\mathbf{R}}) \times (m_{\mathbf{R}} - m^{-})}{\Delta \alpha_{T}^{2}},$$

$$n(b^{+};m^{+}) = n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) \frac{(b^{+} - b_{\mathbf{R}}) \times (m^{+} - m_{\mathbf{R}})}{\Delta \alpha_{T}^{2}}.$$
(G1. 6.45)

Der Rechenaufwand bei dieser Vorgehensweise dürfte deutlich geringer sein im Vergleich zur Bestimmung der jeweiligen Graben- und Eierpappen-Korrekturfaktoren.

## 6.6.6.2 Schädigungsansatz

Der zweite Ansatz ist anwendbar bei Festigkeitsuntersuchungen mit im allgemeinen niederfrequenten äußeren Belastungen, wenn für das zu untersuchende Bauteil beliebige Wöhlerlinien in Abhängigkeit der statisch wirkenden Last und der verschiedenen Schwingmittelwerte (hier m,  $m_{\mathbf{R}}$  und  $m^+$ ) mathematisch beschreibbar sind.

**Bild 6.29** zeigt exemplarisch die Ermittlung der Anzahl ertragbarer Lastspiele  $N(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})$  bei einer Oberspannung  $\sigma_o(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})$  im Zeitfestigkeitsbereich.



Bild 6.29: Bestimmung ertragbarer Lastspielzahlen

Das durch  $n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})$  Schwingspiele repräsentierte Ereignis verursacht nach der linearen Schadensakkumulationshypothese eine Teilschädigung

$$S(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) = \frac{n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})}{N(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})}.$$
(Gl. 6.46)

 $S(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})$  soll zunächst nur bezüglich einer Koordinate (hier *m*) in zwei Einzelschädigungen  $S(b_{\mathbf{R}};m^{-})$  und  $S(b_{\mathbf{R}};m^{+})$  aufgeteilt werden mit der Forderung

$$S(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) = S(b_{\mathbf{R}};m^{-}) + S(b_{\mathbf{R}};m^{+})$$
 (Gl. 6.47)

bzw.

$$\frac{n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})}{N(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})} = \frac{n(b_{\mathbf{R}};m^{-})}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})} + \frac{n(b_{\mathbf{R}};m^{+})}{N(b_{\mathbf{R}};m^{+})},$$
(Gl. 6.48)

wobei entsprechend Gl. 6.44 auch die Anzahl der dieses Ereignis repräsentierenden Schwingspiele gleich bleiben muss,

$$n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) = n(b_{\mathbf{R}};m^{-}) + n(b_{\mathbf{R}};m^{+}).$$
 (Gl. 6.49)

Gl. 6.48 und Gl. 6.49 sind ein System von zwei Gleichungen mit den beiden Unbekannten  $n(b_{\mathbf{R}};m^{-})$  und  $n(b_{\mathbf{R}};m^{+})$ . Die Lösungen werden hier nicht angegeben, sondern in gleicher Weise bezüglich der *b*-Koordinate weiter zerlegt in die vier gesuchten Schwingspielzahlen  $n(b^{-};m^{-})$ ,  $n(b^{-};m^{+})$ ,  $n(b^{-};m^{-})$  und  $n(b^{+};m^{+})$  mit dem Ergebnis

$$\begin{split} n(b^{-};m^{-}) &= n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) \times \frac{\frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{+})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})}}{\frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})}} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})}}{\frac{1}{N(b^{+};m^{-})} - \frac{1}{N(b^{-};m^{-})}}, \\ n(b^{-};m^{+}) &= n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) \times \frac{\frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})}}{\frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})}} \times \frac{\frac{1}{N(b^{+};m^{+})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{+})}}{\frac{1}{N(b^{+};m^{+})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{+})}}, \\ n(b^{+};m^{-}) &= n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) \times \frac{\frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{+})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})}}{\frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{+})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})}}{\frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})}} \times \frac{\frac{1}{N(b^{+};m^{-})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})}}{\frac{1}{N(b^{+};m^{-})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})}}, \\ n(b^{+};m^{+}) &= n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) \times \frac{\frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})}}{\frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})}} \times \frac{\frac{1}{N(b^{-};m^{-})} - \frac{1}{N(b^{+};m^{-})}}{\frac{1}{N(b^{+};m^{+})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{+})}}, \\ n(b^{+};m^{+}) &= n(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}}) \times \frac{\frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m_{\mathbf{R}})}}{\frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{-})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{+})}} \times \frac{\frac{1}{N(b^{-};m^{+})} - \frac{1}{N(b_{\mathbf{R}};m^{+})}}{\frac{1}{N(b^{+};m^{+})} - \frac{1}{N(b^{+};m^{+})}}. \\ (G1. 6.50)$$

Bei der linearen Schadensakkumulationshypothese in seiner ursprünglichen Form nach Palmgren-Miner [15] werden Schwingspiele unterhalb der Dauerfestigkeitslinie nicht berücksichtigt, **Bild 6.30**.



Bild 6.30: Modifikationen der Wöhlerlinie im "Dauerfestigkeitsbereich"

Dieser Ansatz wäre dann nicht anwendbar, da für diese Schwingspiele die Anzahl der ertragbaren Lastspiele N(b;m) gegen unendlich gehen und damit die Nenner in den Gl. 6.50 zu null werden. Da jedoch heute üblicherweise mit der Modifikation nach Haibach [15] gerechnet wird, bei der auch im Dauerfestigkeitsbereich eine fiktive Wöhlerlinie berücksichtigt wird, tritt diese Schwierigkeit in der Praxis nicht auf.

Der vorgeschlagene Ansatz kommt nur für ausgefallene Anwendungen mit Klassenbreiten  $\Delta \alpha_T$  in Frage, die relativ groß zur statischen Last sind. Liegen die Wöhlerlinien nämlich dicht beieinander, kommt das Ergebnis dem des Momentenansatzes sehr nahe. Der Rechenaufwand ist groß: Für jeden Matrizenplatz (*b;m*) müssen die ertragbaren Lastspielzahlen *N*(*b;m*) und für jede Hysteresenform *N*(*b*<sub>**R**</sub>;*m*<sup>-</sup>), *N*(*b*<sub>**R**</sub>;*m***R**) und *N*(*b*<sub>**R**</sub>;*m*<sup>+</sup>) vorweg bestimmt werden.

## 6.7 Vergleich mit anderen Diagnoseverfahren

Um die Effektivität des weiterentwickelten Rainflow-Verfahrens bei der Schadensfrüherkennung von Wälzlagern zu untersuchen, soll dieses mit anderen Diagnoseverfahren verglichen werden. Hier bieten sich das Kurtosis-Verfahren und der Diagnosekennwert  $D_K$  an. beide Verfahren werden in der Wälzlagerdiagnostik eingesetzt.

### 6.7.1 Das Kurtosis-Verfahren

Die "Wölbung" (griech.:  $\kappa \upsilon \rho \tau \omega \sigma \iota \varsigma$ ) wurde bereits in einem anderen Zusammenhang ( $\bigstar$ Kap. 6.6.1) unter der Bezeichnung Exzess vorgestellt. Bestimmt man die Kurtosis aus der Häufigkeitsdichte von Amplitudenwerten der Schwingungsemissionen intakter Wälzlager, so ergibt sich ungefähr der Wert  $\beta_2 = 3$  einer Normalverteilung. Bei einsetzender Schädigung neigt die Amplitudenverteilung aufgrund häufigerer Ausreißer zur Spitzgipfeligkeit, wodurch die Kurtosis auf  $\beta_2 \approx 7$  steigen kann.

Dieser Diagnose-Kennwert ist nahezu unabhängig vom Betriebszustand. Er ändert sich laut Sturm [29] im Verlauf fortschreitender Schädigung im niederfrequenten Bereich und bei größeren Schäden im hochfrequenten Bereich. Die Aussagen über die Signifikanz für die Maschinen- und Anlagendiagnostik gehen weit auseinander und auch Untersuchungen an diesem Institut zeigten, dass es signifikantere Diagnosekennwerte gibt [1].

Für diese Untersuchungen ist die Kurtosis von Interesse, weil sie bereits früher in Zusammenhang mit dem Rainflow-Verfahren gebracht wurde [30]. Sie wird exemplarisch für ein Signal  $a(t_{dig})$  formell beschrieben.

#### 6.7.1.1 Klassische Form

Die Schwingungssignale liegen als nicht gruppierte digitale Datensätze vor, aus denen der Kurtosis-Wert nach Hartung [17] wie folgt ermittelt wird,

$$\beta_{2} = \frac{\frac{1}{t_{mess}} \sum_{t_{dig}=1}^{t_{mess}} (a(t_{dig}) - a_{mit})^{4}}{\left[\frac{1}{t_{mess}} \sum_{t_{dig}=1}^{t_{mess}} (a(t_{dig}) - a_{mit})^{2}\right]^{2}}.$$
(GI. 6.51)

Da der Nenner die vierte Potenz des Effektivwertes darstellt und der Mittelwert  $a_{mit} = 0$  sein muss, kann umgestellt und vereinfacht werden zu

$$\beta_2 = \frac{\frac{1}{t_{mess}} \sum_{t_{dig}=1}^{t_{mess}} a(t_{dig})^4}{a_{eff}^4} = \frac{1}{t_{mess}} \sum_{t_{dig}=1}^{t_{mess}} \frac{a(t_{dig})^4}{a_{eff}^4}.$$
 (Gl. 6.52)

Es ergibt sich für die hier verwendeten normierten Datensätze (⇐Kap. 3.5.2)

$$\beta_2 = \frac{1}{t_{mess}} \sum_{t_{dig}=1}^{t_{mess}} \alpha(t_{dig})^4.$$
(Gl. 6.53)

#### 6.7.1.2 Anwendungsbezogene Erweiterung und Modifikation

Für eine bessere Vergleichbarkeit mit dem Rainflow-Verfahren wird ein modifizierter Kurtosis-Wert  $\beta_2^*$  definiert, der entsprechend ( $\blacktriangleleft$ Gl. 6.53) aus den normierten Umkehrpunktfolgen ( $\bigstar$ Rap. 3.5.3) ermittelt wird,

$$\beta_2^* = \frac{1}{t_{anz}} \sum_{t_{umk}=1}^{t_{anz}} \alpha(t_{umk})^4.$$
(Gl. 6.54)

Die Nichtberücksichtigung der Zwischenwerte ist mathematisch inkorrekt, aber insofern plausibel, weil nur die schädigungsrelevanten Umkehrpunkte in die Kennwertbildung eingehen.

Da Vergleiche der Kurtosis-Werte der Schwingungssignale mit den Exzessen der Nebenhügel bezüglich der *m*-Richtung  $g_{2Nm}$  angestellt werden, bieten sich

ebenso Vergleiche mit den dort ermittelten "Schiefen" (griech.: σκολιοτης)  $g_{INm}$  an. Dazu werden die Skoliotes-Werte  $\beta_I$  und  $\beta_I^*$  definiert,

$$\beta_1 = \frac{1}{t_{mess}} \sum_{t_{dig}=1}^{t_{mess}} \alpha(t_{dig})^3 \text{ und}$$
(Gl. 6.55)

$$\beta_1^* = \frac{1}{t_{anz}} \sum_{t_{unk}=1}^{t_{anz}} \alpha(t_{unk})^3.$$
(Gl. 6.56)

## 6.7.2 Der Diagnosekennwert K(t) bzw. $D_K$

Der in der Literatur mit K(t) oder auch  $D_K$  bezeichnete Diagnosekennwert zeichnet sich laut Kinsky und Sturm [20, 29] durch eine sehr hohe Schädigungssignifikanz bei gleichzeitig sehr geringem Diagnoseaufwand aus. Im folgenden soll die weniger geläufige Bezeichnung  $D_K$  verwendet werden, um Verwirrungen bezüglich Zeitkoordinate t zu vermeiden: Gemeint ist damit die Laufdauer des Wälzlagers, die hier mit l bzw.  $\lambda$  bezeichnet wird. Im Rahmen dieser Untersuchungen ist t belegt als die Zeit während eines Messvorganges.

Ein hohes Maß an Objektivität ergibt sich dadurch, dass der Istzustand des Lagers nach einer relativen Laufdauer  $\lambda$  stets mit dem Neuzustand (oder auch eingelaufenen Zustand)  $\lambda = 0$  verglichen wird. Eine Vergleichbarkeit der Zustände ist allerdings nur unter gleichen Betriebsbedingungen gegeben, so dass entweder der Referenzzustand angefahren oder rechnerisch korrigiert werden muss [29].

Die Berechnung des Kennwertes erfolgt an nicht normierten Größen (entsprechend für v) mit

$$D_{K}(\lambda) = \frac{a_{eff}(\lambda=0) \times |a|_{max}(\lambda=0)}{a_{eff}(\lambda) \times |a|_{max}(\lambda)}.$$
(Gl. 6.57)

Die Produkte aus dem Effektivwert  $a_{eff}$  und dem absoluten Extremum  $|a|_{max}$  von Neu- und Istzustand werden ins Verhältnis gesetzt.

Der Wert  $|a|_{max}$  wird durch das Überrollen einer Fehlstelle in der Lastzone bestimmt. Zu Beginn eines Schädigungsprozesses kann dieses ein relativ seltenes Ereignis sein, wenn sich die Fehlstelle auf einer Kugel eines belasteten Lagers befindet, da die Kugelrotationsachse permanent ihre Lage ändert. Um dieses zur Kennwertbildung wichtige Ereignis zu erfassen, sollte deshalb die Messdauer lmess einige zehn Umdrehungen betragen und der Amplitudenmessbereich entsprechend groß gewählt werden.  $|a|_{max}$  ist bei beginnender Schädigung ein grober Ausreißer, der auf aeff nur geringen Einfluss hat.



Bild 6.31:  $D_{K}(\lambda)$  (idealisiert) mit Zustandsbeurteilung nach [29]

In **Bild 6.31** ist ein idealisierter Verlauf des  $D_K(\lambda)$ -Wertes mit entsprechenden Zustandsbeurteilungen (des Gesamtsystemes) aufgetragen. Er beginnt mit dem Startwert  $D_K(\lambda=0) = 1$ . Im eingelaufenen Zustand kann er Werte  $D_K > 1$ annehmen. Plötzlich auftretende Pittingbildung äußert sich durch einen deutlichen Abfall des  $D_K$ -Wertes. Hier liegt der Grund für die hohe Signifikanz. Bei fortschreitender Schädigung steigen  $a_{eff}$  und  $|a|_{max}$  allmählich an, was durch die Produktbildung einen weiteren starken Abfall zur Folge hat. Im gesamten Verlauf sind Unregelmäßigkeiten normal, da  $a_{eff}$  betriebsbedingt geringen und  $|a|_{max}$  statistisch bedingt großen Schwankungen unterworfen ist.

 $|a|_{max}$  kann zigfache Werte von  $a_{eff}$  erreichen. Als Ausreißer wird ihm daher in anderen statistischen Auswertungen laut Hartung [17] kaum Beachtung geschenkt. Die korrekte Quantifizierung wirkt sich nachteilig auf die für die übrigen Methoden wichtige Auflösung des Amplitudenbereiches aus. Daher wurde hier für die Errechnung der optimalen Verstärkungen ( $\bigstar$ Kap. 2.3.2) der Kompromiss gewählt, die Messbereichsgrenzen zwischen den vier- und achtfachen Effektivwert zu legen. Es ist somit nicht auszuschließen, dass der  $D_{K}$ -Wert

- zeitweilig erhöht ist, da |a|<sub>max</sub> jenseits der Messbereichsgrenze liegen kann und somit zu niedrig bewertet wird und
- 2. bei einem Verstärkungsstufensprung springen kann, da  $a_{eff}$  ein anderes Verhältnis zur Messbereichsgrenze bekommt.

Eine Verringerung der Signifikanz des  $D_K$ -Wertes ist dennoch nicht zu erwarten.

# 7 Diagnosesoftware

Die Aufgaben der Diagnosesoftware sind vielfältig: Neben den bereits ausführlich erläuterten Schritten zur Datenaufbereitung und zur Erzeugung, Aufbereitung und Auswertung der Rainflow-Matrizen ist wohl die wichtigste Aufgabe das "Fitten" der gesuchten Parameter. Dieses wird im Anhang ( $\Rightarrow$ Kap. A.2) prinzipiell an einfachen Beispielen erläutert.

Die in **Bild 7.1** skizzierte Auswertung beginnt mit dem Aufruf der Auswahldatei **A**.awl, in der sämtliche Pfade zu den auszuwertenden Rohdateien **ABCDEFGH**.roh verzeichnet sind. Eine Bearbeitung kann nach Auffinden von **A**.awl so lange stattfinden, wie Pfade in dieser (zeilenweise) verzeichnet sind und die entsprechenden **ABCDEFGH**.roh auffindbar sind. Gegebenenfalls wird in die Warndatei **A**.wrn eine Meldung geschrieben. Es folgen drei größere Programmkomplexe, die in den Unterkapiteln behandelt werden.

## 7.1 Datenaufbereitung und Kennwertbildung

**Bild 7.2:** Nach dem Einlesen der digitalen Werte  $a_{A/D}(t_{dig})$  aus der Rohdatei **ABCDEFGH**.roh wird zunächst deren Mittelwert  $a_{A/D mit\mathbf{R}}$  zwecks Bewertung von Nullpunktabweichungen in der Messkette und Bestimmung der physikalischen Werte berechnet. Dieser wird, wie viele andere Kennwerte, in der Info-Auswertedatei **A**.iau abgelegt. Zur Umrechnung in physikalische Werte  $a(t_{dig})$  werden zudem der optimale Verstärkungswert  $v_{\mathbf{H} opt}$  aus der Info-Messdatei **A**.ime und die als Konstante programmierte jeweilige Empfindlichkeit der Messkette  $E_{\mathbf{H}}$  benötigt. Nach Errechnung des Effektivwertes  $a_{eff}$  kann der Kennwert  $D_K$  bestimmt werden.



**Bild 7.1: Rumpfprogramm** 



Bild 7.2: Programmblock "Datenaufbereitung und Kennwertbildung"

Durch Normieren auf  $\alpha(t_{dig})$  ist das Datenformat günstig für die Bestimmung der Skoliotes  $\beta_1$  und Kurtosis  $\beta_2$ . Im letzten Aufbearbeitungsschritt wird die normierte Umkehrpunktfolge  $\alpha_{umk}(t_{ord})$  gebildet und abgespeichert. Somit können die modifizierten Kennwerte  $\beta_1^*$  und  $\beta_2^*$  gebildet werden.

## 7.2 Matrizenerstellung und -aufbereitung

**Bild 7.3:** Die beiden gegeneinander verschobenen Rainflow-Matrizen werden in normierter Form P(s;z) bzw.  $P_V(s;z)$  erstellt. Für die Elimination von Grabenund Eierpappen-Effekt mittels der Korrekturfaktoren  $K_G$  und  $K_E$  ist die nicht transformierte Form am geeignetsten, während sich die transformierte zusammengesetzte Form P(b;m) für die Spiegelung anbietet. Abgespeichert werden die transformierten Rainflow-Matrizen in Dateien **ABCDEFGH**.rtr.



Bild 7.3: Programmblock "Erstellen und Aufbereiten der Rainflow-Matrix"

## 7.3 Auswertung

**Bild 7.4:** Für Untersuchungen der ursprünglich als "modifizierte Exponentialfunktion" angenommene Verteilung  $P_{\Sigma m}(b)$  wurde diese unter **ABCDEFGH**.rme abgespeichert. Aus dieser werden fünf vorläufige Rainflow-Parameter durch 2D-fitten bestimmt und in **ABCDEFGH**.rp2 abgelegt. Die



Bild 7.4: Programmblock "Auswerten der Rainflow-Matrix"

normierten Gaußkurven auf den Hauptachsparallelen  $\rho(m)$  werden matrizenweise unter **ABCDEFGH**.rng abgespeichert. Aus ihnen werden die übrigen Verteilungen in Nebenachsrichtung ermittelt zwecks Bestimmung der übrigen vorläufigen Parameter. Anschließend können durch einen 3D-Fit aus der Gesamtverteilung *P*(*b;m*) die endgültigen Rainflow-Parameter bestimmt und in **ABCDEFGH**.rp3 abgelegt werden.

# 8 Beurteilung der ermittelten Parameter und Kennwerte

Für die Beurteilung der ausgewerteten Messergebnisse wurden im Wesentlichen die acht Parameter der Häufigkeitsverteilung beim Rainflow-Verfahren herangezogen:

- $P_{\Sigma N}$  Summe der Rainflow-Elemente im Nebenhügel
- $P_{\Sigma Z}$  Summe der Rainflow-Elemente im Zentralhügel
- $\mu_{Nb}$  Mittelwert der Nebenhügel bezüglich der *b*-Richtung
- $\mu_{Nm}$  Mittelwert der Nebenhügel bezüglich der *m*-Richtung
- $\sigma_{Nb}$  Streuung der Nebenhügel bezüglich der *b*-Richtung
- $\sigma_{Nm}$  Streuung der Nebenhügel bezüglich der *m*-Richtung
- $\sigma_{Zb}$  Streuung des Zentralhügels bezüglich der *b*-Richtung
- σ<sub>Zm</sub> Streuung des Zentralhügels bezüglich der *m*-Richtung mit *b* als Koordinate für die Schwingbreite und *m* als Koordinate für den Schwingmittelwert

Dabei sind alle Parameter bis auf den Mittelwert der Nebenhügel bezüglich der *m*-Richtung  $\mu_{Nm}$  positiv. Dieser zeigt, wie auch andere vorzeichenbehaftete Kennwerte, kein günstiges Zeitverhalten. Die übrigen Parameter werden bezüglich ihrer Aussagefähigkeit verglichen mit dem Kurtosiswert  $\beta_2$  und dem Kennwert  $D_K$ .

Die Beurteilung wird ergänzt durch den Unregelmäßigkeitsfaktor I der Rainflow-Matrix ( $\leftarrow$ Kap. 6.4).

# 8.1 Messkanäle

Durch die drei Signalkanäle

- CH1 (niederfrequente Schwingungen,  $0.01 \le f_1/[kHz] \le 7$ , ~9½ Oktaven),
- CH2 (mittelfrequente Schwingungen,  $7 \le f_2/[kHz] \le 30$ , ~2 Oktaven) und
- CH3 (hochfrequente Schwingungen,  $100 \le f_3/[kHz] \le 400, 2$  Oktaven),

die auf den zwei Bandmaschinenspuren

- DIR (Direkt, insbesondere bei CH3 breitbandig schwach verrauscht) und
- FM (frequenzmoduliert, nur für CH1 und CH2)

aufgenommen werden, sind insgesamt fünf verschiedene Messkanäle beschrieben, deren Einfluss auf die Parameter durch Mittelung vergleichbarer Datenmengen erfasst wird. Zur Elimination von Ausreissern wurden 80%-Mittel errechnet, welche die oberen und unteren 10% der jeweiligen Wertebereiche ignorieren.

Da die Häufigkeitssummen von Neben- und Zentralhügel  $P_{\Sigma N}$  und  $P_{\Sigma Z}$  sowohl von der Drehzahl *n* als auch von der maximalen Frequenz  $f_{max}$  abhängen ( $\bigstar$ Kap. 6.6.5.2), ist hier zu berücksichtigen, dass

- 1. nur die Datensätze, die bei  $n_{BO}$  erzeugt wurden (also fast alle), vergleichbar sind und, dass
- 2. anstelle von  $P_{\Sigma N}$  und  $P_{\Sigma Z}$  die relativen Größen von Neben- und Zentralhügel (bezogen auf die Gesamtmatrizengröße)  $\rho_N$  und  $\rho_Z$  verglichen werden, da diese von  $f_{max}$  unbeeinflusst sind.

Die Abhängigkeiten der Neben- und Zentralhügelparameter von den Messkanälen ist in den **Bildern 8.1 und 8.2** aufgetragen. Bei deren Deutung hilft die durch Simulation gewonnene Erkenntniss, dass schmalbandige Signale

zur Nebenhügelbildung neigen und breitbandige zur Zentralhügelbildung (€Kap. 6.5.3.1).

Die relativen Größen von Neben- und Zentralhügel  $\rho_N$  und  $\rho_Z$  bestätigen die Simulationen. Beim schmalbandigen Kanal 2 sind die  $\rho_N$  größer und die  $\rho_Z$ kleiner als die der breitbandigen Kanäle 1 und 3. Die Begünstigung der Zentralhügel durch Breitbandigkeit wird auch durch die Verrauschung bestätigt, denn sämtliche  $\rho_N$  sind bei Aufnahmen über die DIR-Spur kleiner und sämtliche  $\rho_Z$  größer.

Anhand der Mittelwerte bezüglich der *b*-Richtung  $\mu_{Nb}$  ist deutlich zu erkennen, dass Nebenhügel bei breitbandigen Signalen zum Zentralhügel hin tendieren: Die Werte sind bei Kanal 1 am niedrigsten und Kanal 2 am höchsten.

Sämtliche Streuungen der Neben- und Zentralhügel  $\sigma_{Nb}$ ,  $\sigma_{Nm}$ ,  $\sigma_{Zb}$  und  $\sigma_{Zm}$ , verhalten sich tendenziell gleich: Durch die relativ kleinen Streuungen beim schmalbandigen Kanal 2 erscheinen die Hügel schlanker und höher und somit schärfer voneinander abgegrenzt. Der voluminösere Nebenhügel wird besonders betont. Bei den breitbandigen Kanälen 1 und 3 neigen Neben- und Zentralhügel, zu verschmelzen. Besonders stark wird diese Tendenz durch  $\sigma_{Nm}$  geprägt, leicht uneinheitlich verhält sich lediglich  $\sigma_{Zb}$ .

Generell kann festgestellt werden, dass die über Kanal 3 ermittelten Parameter die besten Ergebnisse brachten. Die drei möglichen Gründe werden hier noch einmal zusammengefasst:

- Hochfrequente Schwingungen werden in Systemen nicht so weit geleitet wie niederfrequente. Somit ist der Einfluss benachbarter Maschinenelemente am geringsten.
- 2. Der Aufnehmer wird im Resonanzbereich betrieben, wodurch deterministische Signalkomponenten überdeckt werden.
- 3. Verrauschung durch die Direkt-Spur der Bandmaschine, die ebenfalls stochastischen Charakter hat.



Bild 8.1: Einfluss des Messkanäle auf die Parameter der Nebenhügel

Daher werden alle vergleichenden Untersuchungen mit Messergebnissen von Kanal 3 angestellt.



Bild 8.2: Einfluss des Messkanäle auf die Parameter des Zentralhügels

# 8.2 Einfluss des Lagertyps

Die gemittelten Parameter zeigen annähernd keine Abhängigkeit vom Lagertyp, wie **Bild 8.3** zeigt. In dieser Hinsicht musste daher nicht bei den Startparametern für das Fitten variiert werden. Deutlich unterschiedlich sind nur die Streuungen der Zentralhügel bezüglich der *b*-Richtung  $\sigma_{Zb}$ , die um einen Faktor von ca. 2,4 auseinanderliegen. Da die betreffenden Häufigkeitssummen  $P_{\Sigma Z}$  annähernd gleich sind, unterscheiden sich die Verteilungen nur darin, dass der Zentralhügel



Bild 8.3: Einfluss des Lagertyps auf die ermittelten Parameter

bei Lagern vom Typ 6210 mehr zum Nebenhügel hin streut und entsprechend flacher ist als bei Lagern vom Typ 61913.

Die Ähnlichkeit lässt vermuten, dass das Verfahren auch auf andere Kugellager oder gar Lagertypen anwendbar ist.

# 8.3 Einfluss von Radiallast, Axiallast und Drehzahl

Sämtliche Messungen zur Untersuchung der Einflüsse verschiedener Betriebszustände auf die Parameter der Rainflow-Matrix wurden am eingelaufenen Lager 9a vorgenommen.

In den **Bildern 8.4 und 8.5** sind über den normierten Radial- und Axiallasten  $\Phi_r$ bzw.  $\Phi_a$  die Parameter logarithmisch aufgetragen. Es wurde eine sehr kompakte Darstellung gewählt, da die Häufigkeitsverteilung in der Rainflow-Matrix offensichtlich unabhängig von der Belastung des Lagers ist. Die entsprechenden Trendlinien sind nahezu konstant.

Auch die normierte Drehzahl v hat keinen Einfluß auf die Mittelwerte und Streuungen der Neben- und Zentralhügel, **Bild 8.6 a**).



Bild 8.4: Einfluss der normierten Radiallast (Lager 9a, Kanal 3)



Bild 8.5: Einfluss der normierten Axiallast (Lager 9a, Kanal 3)

Nur die Häufigkeitssummen von Neben- und Zentralhügel  $P_{\Sigma N}$  bzw.  $P_{\Sigma Z}$  fallen zwangsläufig um etwa eine Dekade pro Dekade ab, da sie reziprok proportional zur Drehzahl sind (**«**Kap. 6.6.5.2), **Bild 8.6 b**).



Bild 8.6 a) Einfluss der normierten Drehzahl (Lager 9a, Kanal 3)



Bild 8.6 b) Einfluss der normierten Drehzahl (Lager 9a, Kanal 3)

# 8.4 Schädigungssignifikanz (Einfluss der Laufdauer)

Die Abhängigkeit der Parameter von der Laufdauer ist für die Anwendung des Rainflow-Verfahrens auf die Wälzlagerdiagnostik entscheidend und bezeichnet die Signifikanz für Schädigungen. Im Rahmen dieser Versuchsreihen versagte das hier diskutierte Lager 3 durch Pittingbildung.

In **Bild 8.7** sind die positiven Nebenhügelparameter gemeinsam mit dem als signifikant anzusehenden Kennwert  $D_K$  aufgetragen. Dieser markiert deutlich den Zeitpunkt der Schädigung mit  $\lambda = 3,2$ . Die Parameter verändern sich ebenfalls, aber erwartungsgemäß nicht so deutlich. Tendenziell kann anhand des verminderten Mittelwertes und der vergrößerten Streuung bezüglich der *b*-Richtung  $\mu_{Nb}$  bzw.  $\sigma_{Nb}$  gesagt werden, dass der Nebenhügel sich zum Zentralhügel hin orientiert.

Die ebenfalls mit dem  $D_k$ -Wert in **Bild 8.8** aufgetragenen Parameter des Zentralhügles weisen eine höhere Signifikanz auf, indem sie auf ein anderes Niveau springen. Die gegenläufigen Veränderungen der Streuungen  $\sigma_{Zb}$  und  $\sigma_{Zm}$  bei gleichzeitiger Verminderung der Häufigkeitssumme  $P_{\Sigma Z}$  erwecken den Eindruck, der Zentralhügel würde von den beiderseits heranstrebenden Nebenhügeln zusammengestaucht werden.

In **Bild 8.9** dient der Effektivwert der Körperschallschnelle  $v_{eff}$  als Vergleich für die übrigen positiven Kennwerte. Er springt ebenfalls stark bei  $\lambda = 3,2$ . Eine ebenso hohe Signifikanz bei einem nahezu symmetrischen Verlauf weist der Unregelmäßigkeitsfaktor *I* auf. Der starke Abfall verleitet zu dem Trugschluss, die Bandbreite habe sich vergrößert, was aber aufgrund der konstanten Messbedingungen nicht sein kann. Auf dieses Phänomen wird noch später ( $\rightarrow$ Kap. 8.5) eingegangen.



Bild 8.7: Signifikanz der Nebenhügelparameter (Lager 3, Kanal 3)



Bild 8.8: Signifikanz der Zentralhügelparameter (Lager 3, Kanal 3)

Aus Bild 8.9 ist auch ersichtlich, dass der Kurtosis-Wert  $\beta_2$  erst bei  $\lambda = 3,35$  mit einem schwachen Anstieg auf die Schädigung reagiert. Er hat einen ähnlich konstanten Verlauf wie seine verwandten Kennwerte, der modifizierter Wert  $\beta_2^*$ und der Exzess des Nebenhügels bezüglich der *m*-Richtung  $g_{2Nm}$ .



Bild 8.9: Signifikanz anderer Kennwerte (Lager 3, Kanal 3)



Bild 8.10: Zeitverhalten vorzeichenbehafteter Grössen (Lager 3, Kanal 3)

Überhaupt keine Signifikanz weist das Zeitverhalten der vorzeichenbehafteten Größen auf, wie **Bild 8.10** zeigt. Der Mittelwert des Nebenhügels bezüglich der *m*-Richtung  $\mu_{Nm}$  schwankt regellos nahe beim Wert null. Dieser Parameter darf bei späteren Betrachtungen mit großer Wahrscheinlichkeit unberücksichtigt

bleiben. Ebenso nehmen der Skoliotes-Wert  $\beta_I$  und seine Verwandten  $\beta_I^*$  und  $g_{INm}$  Werte nahe bei null ein. Bei Auswertungen von Kanal 1 und 2 ergaben sich deutlich höhere Beträge, was durch deterministische Signalkomponenten erklärbar ist ( $\bigstar$ Kap. 6.5.3.3). Eine deutbare Signifikanz ist allerdings nicht auszumachen.

## 8.5 Gegenüberstellung der Abhängigkeiten

Aus den vorangegangenen Kapiteln wurde ersichtlich, dass die Parameter zur Beschreibung der Häufigkeitsverteilung einer Rainflow-Matrix keinerlei Abhängigkeiten vom Lagertyp (€Kap. 8.2) und vom Betriebszustand (€Kap. 8.3) aufweisen.

Eine deutliche Abhängigkeit vom Messkanal ( $\bigstar$ Kap. 8.1) konnte festgestellt und aufgrund der verschiedenen Bandbreiten ( $\bigstar$ Kap. 6.5.3.1) erklärt werden. Ebenso deutlich verändern sich die Parameter bei einsetzender Pittingbildung ( $\bigstar$ Kap. 8.4). Der Sprung des Unregelmäßigkeitsfaktors *I* wirft jedoch die Frage auf, ob es hier einen Zusammenhang gibt. In der **Tabelle 8.1** sind die Parameter mit Ihren Abhängigkeiten gegenübergestellt.

Es wird deutlich, dass die Veränderungen aufgrund von Pittingbildung eine andere Qualität haben als die durch Verbreiterung des Frequenzbandes.

Tendenz bei	größerer Bandbreite	Schädigung
Ι	kleiner	kleiner
$ ho_{\scriptscriptstyle N}$ bzw. $P_{\scriptscriptstyle \Sigma\!N}$	kleiner	konstant
$\mu_{Nb}$	deutlich kleiner	kleiner
$\sigma_{\!\scriptscriptstyle Nb}$	größer	größer
$\sigma_{Nm}$	deutlich größer	eher kleiner
$ ho_Z$ bzw. $P_{\Sigma Z}$	größer	kleiner
$\sigma_{Zb}$	eher größer	deutlich kleiner
$\sigma_{Zm}$	größer	größer

Tabelle 8.1: Gegenüberstellung der Einflüsse auf die Parameter

# 9 Zusammenfassung und Ausblick

Die gezielte Überwachung des Wälzlagerzustandes gewinnt in der industriellen Praxis zunehmend an Bedeutung. Dabei sind Fortschritte in der Diagnostik in Linie erster durch Verbesserungen bei der Auswertung von Schwingungssignalen zu erwarten. Ziel der vorliegenden Untersuchungen war hierfür geeignete Klassierverfahren wie insbesondere das in der es. Betriebsfestigkeitsrechnung erfolgreich eingesetzte Rainflow-Verfahren weiterzuentwickeln und auf die Wälzlagerdiagnostik anzuwenden.

Zur Durchführung der Messungen lagen maschinen- und teilweise auch messtechnische Gegebenheiten zugrunde, die bei der Anpassung an die neue Messaufgabe weitestgehend erhalten bleiben sollten. Dabei wurde großer Wert auf die Berücksichtigung von wesentlichen Gesichtspunkten zur effizienten und wirtschaftlichen Versuchsplanung, -durchführung und -auswertung gelegt.

Als maschinentechnische Änderung wurde zunächst eine neue Radialbelastungsvorrichtung mit einer speziellen Riemenführung gebaut, deren einfache und solide Konzeption den Prüfstandsbetrieb erheblich begünstigte und zudem geringere Einflüsse auf das Messsignal aufwies. Ferner wurde durch eine Adapterhülse ermöglicht, Lager mit einer geringeren Tragzahl zu betreiben und somit die Versuchsdauern in Grenzen zu halten.

Die Messtechnik wurde im diagnostischen Bereich verändert, wobei der Schwerpunkt auf Prüflager-Schwingungsemissionen in drei verschiedenen Frequenzbereichen gelegt wurde.

Im Rahmen der Versuchsvorbereitung wurden umfangreiche Überlegungen vorgenommen, die zu einer konsequenten Normierung der zu vergleichenden

Größen führten und eine Systematisierung der zu untersuchenden Betriebseinflüsse mit sich brachten. Dadurch konnten die Auswertungen der sehr großen Datenmengen weitestgehend automatisiert werden.

Darüber hinaus wurde eine umfangreiche und aufwendige PC-Steuerung für den Prüfstand aufgebaut, durch die der ursprüngliche Steuerbetrieb von Hand abgelöst werden konnte. Auch diese Steuerungstechnik wurde durch die gewählte Systematik der Versuchsgrößen unterstützt. So konnten über die gesamte Versuchsdauer reproduzierbare Bedingungen und optimale Signalgrößen erreicht werden.

Den Untersuchungen am Rainflow-Verfahren lagen zwei Ziele zugrunde: Zunächst sollte eine allgemeine Verbesserung des Zählalgorithmusses im Hinblick auf beliebige Anwendungen erreicht und darauf aufbauend die Anwendbarkeit in der Wälzlagerdiagnostik geprüft werden.

Als Ergebnis sind zunächst die mathematischen Beschreibungen von klassierungsbedingten Fehlern zu nennen: Durch Elimination des Graben-Effektes und des Eierpappen-Effektes sind unter anderem negative Einflüsse aufgrund schlechter Signalauflösung kompensierbar. Statistische Abweichungen bei kleinen Grundgesamtheiten wurden durch Spiegelungen ausgeglichen. Die resultierende Glättung der Verteilung begünstigt zudem parametrische Beschreibungen, die auch für Extrapolationen auf größere Versuchsdauern von Nutzen sind. Der Gedanke, durch Erstellung zweier versetzter Rainflow-Matrizen eine Koordinatentransformation zu begünstigen, brachte zudem eine höhere Auflösung und führte letztendlich zu den beiden Ansätzen der Partialklassierung.

Das wesentliche Ziel, eine mathematische Beschreibung der Häufigkeitsverteilung aus Rainflow-Matrizen zu finden, die quasikonstante und signifikante Parameter für diagnostische Zwecke enthält, wurde erreicht; sieben
charakterisierende Parameter der Rainflow-Matrix erfüllten die Anforderungen. Diese Parameter sind vom Betriebszustand unabhängig und weisen bei den untersuchten Lagertypen kaum Unterschiede auf. Ein vereinfachter Ansatz wurde vorgeschlagene, der mit nur sechs charakterisierenden Parametern auskommt.

Die Parameter weisen eine eindeutige Abhängigkeit von der Bandbreite des untersuchten Signals auf, was sowohl durch Simulationen als auch durch die Versuche bestätigt werden konnte.

Im unteren Frequenzbereich hat sich das Rainflow-Verfahren als empfindlich gegenüber Störungen durch benachbarte Maschinenelemente erwiesen, die wahrscheinlich nur durch frequenzselektive Verfahren beherrschbar sind. Insbesondere deterministische Schwingungskomponenten widersprechen der hier gefundenen mathematischen Beschreibung, wie es auch die vorgenommenen Simulationen verdeutlichten.

Bei Anwendung auf hochfrequente Signale ist das Rainflow-Verfahren für die Wälzlagerdiagnostik geeignet. Pittings verursachen eigenständige qualitative Veränderungen im Signal, die sich deutlich in den Parametern widerspiegeln. Die Signifikanz reicht an die des K(t)- bzw.  $D_K$ -Kennwertes heran. Allerdings ist der Aufwand wesentlich größer. Die eher beiläufige Bestimmung des Unregelmäßigkeitsfaktors I aus der Matrix lieferte dagegen einen einfach zu bestimmenden Kennwert von beachtlicher Signifikanz.

Die beiden Zielsetzungen, zunächst das Rainflow-Verfahren zu verfeinern und dann dessen Anwendung auf die Wälzlagerdiagnostik voranzutreiben, können getrennt weiter verfolgt werden. Von Verfeinerungen wird meist die Diagnostik profitieren, die ihrerseits Anregungen liefern kann.

Zur Weiterentwicklung des Rainflow-Verfahrens wurden diverse Anregungen

gemacht, die Gegenstand von Folgeuntersuchungen sein können:

- Zum Erzielen einer glatteren Verteilung bei gleichzeitig schlechterer Signalauflösung eignet sich die direkte Erstellung von Matrizen anhand der Partialklassierung. Während der Momentenansatz für die Anwendung schon ausgereift erscheint, ist der Schädigungsansatz nur für besondere Einsatzfälle geeignet, da umfangreiche werkstofftechnische Grundkenntnisse erforderlich sind. Ferner kann geprüft werden, ob es für die Partialklassierung Anwendungsfälle gibt, in denen die Elimination von Graben- und Eierpappen-Effekt samt Neuformulierung sinnvoll ist. Bei Untersuchung rein stochastischer Signale ist zu empfehlen, gleich die Beträge von Schwingbreiten und –mittelwerten als Koordinaten einer Viertel-Matrix heranzuziehen.
- Die mathematische Beschreibung der Häufigkeitsverteilung durch Parameter ist vornehmlich bei stochastischen Signalen sinnvoll. Hier erscheint der Ansatz mit nur sechs Parametern als geeignet.

Für weiterführende Untersuchungen hinsichtlich der Anwendung auf die Wälzlagerdiagnostik sind folgende Maßnahmen sinnvoll:

- Zwecks Hervorhebung schädigungsrelevanter Schwingungskomponenten sollten Messungen an einem Pr
  üfstand mit m
  öglichst wenigen beweglichen Teilen vorgenommen werden. St
  öreffekte k
  önnen sp
  äter untersucht werden.
- 2. Eine Steigerung der Aussagefähigkeit oder vielleicht auch frühere Terminierung eines Schadens ist denkbar, wenn bei Signalen im Bereich von einigen 100kHz eine Online-A/D-Wandlung vorgenommen wird. So können eventuell Signalkomponenten erfasst werden, die von hochfrequent schwingenden Mikroanrissen herrühren.
- 3. Im hochfrequenten Bereich ist die Verwendung des Ansatzes mit sechs Parametern sinnvoll.

- 4. Sinnvoll sind ausserdem Untersuchungen zu Signifikanzen der Parameter bei anderen Schadensbildern.
- 5. Sind im Schädigungsfall eindeutige Tendenzen der Parameter auszumachen, so können diese, je nach Tendenz, durch Multiplikation bzw. Division zu einem Gesamtparameter zusammengefasst werden, der eine erheblich höhere Signifikanz aufweist als die einzelnen Parameter.

# 10 Literatur

- [1] Barwinek, R.: Analyse von Wälzlagerdiagnosen unter praxisnahen Einsatzbedingungen, Dissertation TU Braunschweig 1997
- [2] Beitz, W.; Küttner, K.H.: Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, 16. Aufl., Springer-Verlag Berlin 1987
- [3] Brändlein; Eschmann; Hasbargen; Weigand: Die Wälzlagerpraxis,3. Aufl., Vereinigte Fachverlage, Mainz 1995
- [4] Bronstein, I.N.; Semendjajev, K.A.: Taschenbuch der Mathematik, 24. Aufl., B.G. Teuber Verlag, Berlin 1979
- [5] Buxbaum, O.; Zaschel, J.M.: Beschreibung stochastischer Beanspruchungs-Zeit-Funktionen, aus: Verhalten von Stahl bei schwingender Beanspruchung, Verlag Stahleisen, Düsseldorf, 1987, S. 223ff
- [6] Czichos, H.; Habig, K.H.: Tribologie Handbuch, Vieweg Verlag, Braunschweig 1992
- [7] Clormann, U.H.; Seeger, T.: RAINFLOW-HCM Ein Zählverfahren für Betriebsfestigkeitsnachweise auf werkstoffmechanischer Grundlage, Stahlbau 55, 3/1986, S. 65-71
- [8] Conle, A.: An Examination of Variable Amplitude Histories in Fatigue, Ph.D. Thesis, Univ. of Waterloo, Canada, 1979
- [8a] Conle, A.; Topper, T.H.:Fatigue Service Histories: Techniques for Data Collection and History Reconstruction, Society of Automotive Engineers, Canada, 1982
- [9] DIN 45667: Klassierverfahren für das Erfassen regelloser Schwingungen, 1969
- [10] Endo, T.; Mitsunaga, K.; Takahashi, K.; Kobayashi, K.; Matsuishi, M.: Damage Evaluation of Metals for Random or Varying Loading –Three Aspects of Rain Flow Method, The Kyushu Institute of Technology, Tobata, Kitakyushu, Japan, 1968

<u>134</u>	Literatur
[12]	Fischer, R.; Haibach, E.: Simulation von Beanspruchungs-Zeit- Funktionen in Versuchen zur Beurteilung von Werkstoffen, aus: Verhalten von Stahl bei schwingender Beanspruchung, Verlag Stahleisen, Düsseldorf, 1987, S. 223ff
[13]	Flaig, A.; Kunz, M.; Schiberna, P.: Belastungsermittlung mittels Fahrsimulation, Konstruktion 50, Springer Verlag 1998, S. 19ff
[14]	Geropp, B.: Hüllkurvenanalyse – Verfahren zur Schadensfrüherkennung, antriebstechnik, FVA, 1/1999, S. 51ff
[15]	Haibach, E.: Betriebsfestigkeit, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf 1989
[16]	Harris, T.A.: Roller Bearing Analysis, 3rd. ed., John Wiley & Sons, Inc., 1991
[17]	Hartung, J.: Statistik, 4. Aufl., R. Oldenbourg Verlag, München 1985
[18]	Jürgensmeier, W.: Die Wälzlager, Springer, Berlin, 1937
[10]	Kaul M · Mathematische Modelle für das Zeitverhalten stochastischer

- [19] il, M.: Mathematische Modelle für das Zeitverhalten stochastischer Beanspruchungs-Zeit-Funktionen, Forschungsbericht Nr. 12, Fachbereich Mathematik, Uni Kaiserslautern, 1986
- [20] Kinsky, D.: Schadensdiagnose an Wälzlagern bei besonderer Berücksichtigung wirkender Beanspruchungen, Verlag TÜV Rheinland, Köln, 1986
- [21] Kirchheim, A.: Schaffner, G.: Wolfer, P.: Piezoelectric Sensors for the Combined Measurement of Forces and Acoustic Emission for In-Process Monitoring, Fa. Kistler, Winterthur, CH, 1995
- [22] Krüger, W.; Petersen, J.: Simulation und Extrapolation von Rainflow-Matrizen, Forschungsbericht Nr. 8, Fachbereich Mathematik, Uni Kaiserslautern, 1985
- [23] Krüger, W.; Scheutzow, M.; Beste, A.; Petersen, J.: Markov- und Rainflow-Rekonstruktionen stochastischer Beanspruchungs-Zeit-Funktionen, Forschungsbericht Nr. 9, Fachbereich Mathematik, Uni Kaiserslautern, 1985
- [24] Messerschmidt, D.: Beanspruchungskollektive von Gabelstaplerhubgerüsten, Hebezeuge und Fördermittel, 1-2/1998, S. 29-32
- [25] Reichenbach, M.: Editorial, antriebstechnik, FVA, 1/1999, S. 8

- [26] Reinke, W.: Ein Beitrag zur Extrapolation von Wechselbelastungen aus zweiparametrigen Zählverfahren, Dissertation TU Braunschweig 1988 Sonsino, C.M.; Kaufmann, H.; Grubisic, V.: Übertragbarkeit von [27] Werkstoffkennwerten am Beispiel eines betriebsfest auszulegenden geschmiedeten Nutzfahrzeug-Achsschenkels, Konstruktion 47, Springer Verlag 1995, S. 222-232 [28] Stearns, S.D.: Digitale Verarbeitung analoger Signale, 2. Auflage, Verlag Oldenbourg, München 1984 [29] Sturm, A.: Wälzlagerdiagnose an Maschinen und Anlagen, Verlag TUV Rheinland, Köln, 1986 [30] Westphal, C.: Untersuchungen über Verfahren der Schadensfrüherkennung bei Wälzlagerungen, Dissertation TU Braunschweig 1989 [31] Westermann-Friedrich, A.: Forschungsvorhaben Nr. 131 der FVA, Inst. f. Hüttenmaschinen und maschinelle Anlagentechnik, TU Clausthal-Zellerfeld, 1986
- [32] Winkler, H.: Auswirkungen neuer Instandhaltungsstrategien auf das Schmierstoff-Management in Unternehmen, mineralöltechnik 43 (1998), Nr. 12 FVA, 10/1997, S. 74-77
- [33] Winter, H.: Anmerkungen zu Wälzlagerberechnung und Wälzlagerbauarten, antriebstechnik, FVA, 10/1997, S. 74-77
- [34] N.N.: Hauptkatalog 4000/IV T, Fa. SKF, Schweinfurt 1994
- [35] N.N.: Schwingungsüberwachung an Maschinen, VDI-Berichte 568, VDI Verlag, Düsseldorf 1985

# A Anhang

### A.1 Einparametrige Klassierverfahren

# A.1.1 Stichprobenverfahren

In vorgegebenen Abständen wird der Momentanwert der schwingenden Größe festgestellt und klassenweise gezählt, dazu **Bild A.1.1**.

Es kann in gleichmäßigen Zeitabständen oder auch in zwischen bestimmten Grenzen regellos schwankenden Zeitabständen abgefragt werden. Letzteres kann zweckmäßig sein, um den störenden Einfluss von Periodizitäten auszuschalten. Im allgemeinen wird jedoch eine gleichmäßige Abfragefolge empfohlen.



Bild A1.1: Grundsätzliche Darstellung des Stichprobenverfahrens nach [10]

# A.1.2 Verweildauerverfahren

Beim Verweildauerverfahren wird die Summe der Zeiten  $t_i$ , die die Schwingung innerhalb der Grenzen der einzelnen Klasse verbringt, für jede Klasse getrennt ermittelt. Dieses Verfahren kann auch als Stichprobenverfahren mit sehr kurzer Abfragefolge angesehen werden.

In **Bild A.1.2** ist beispielhaft die Zusammensetzung des Klassierergebnisses in Klasse 7 angedeutet.



Bild A1.2: Verweildauerverfahren nach [10]

# A.1.3 Spitzenwertverfahren

Es gibt drei Varianten des Spitzenwertverfahrens:

- (Zero-crossing peak counting) Es werden nur die dem Betrage nach größten Spitzen zwischen zwei Durchgängen durch die Bezugslinie mit erfasst und in der entsprechenden Klasse registriert. In dem in Bild A.1.3 dargestellten Beispiel werden also die Spitzen 3, 7, 11 als positive Werte und die Spitzen 6, 8, 12 als negative Werte klassiert.
- 2. (Peak counting) Es werden im Bereich oberhalb der Bezugslinie alle Maxima und im Bereich unterhalb der Bezugslinie alle Minima erfasst. In dem Beispiel



in Bild A.1.3 sind also die Spitzen 1, 3, 5, 7, 11 in den entsprechenden positiven Klassen und die Spitzen 6, 8, 10, 12 in den jeweiligen negativen Klassen zu zählen.

 Es werden alle Maxima und alle Minima unabhängig voneinander klassiert. Als Ergebnis erhält man demnach zwei Verteilungen. In Bild A.1.3 würden die Spitzen 1, 3, 5, 7, 9, 11 zu der Verteilung der Maxima, die Spitzen 2, 4, 6, 8, 10, 12 zur Verteilung der Minima gehören

### A.1.4 Klassendurchgangsverfahren

(Ebenso: Level crossing counting)

Beim Überschreiten jeweils einer Schwelle (Klassengrenze) wird eine Zählung ausgelöst, **Bild A.1.4**. In den positiven Klassen werden alle von der Nulllinie weg ins Positive gerichteten Klassendurchgänge gezählt, in den negativen Klassen alle von der Nulllinie weg ins Negative gerichteten Klassendurchgänge. Die Durchgänge durch die Bezugslinie sollen in der ersten positiven Klasse gezählt werden.



Bild A1.4: Klassendurchgangsverfahren nach [10]

### A.1.5 Spannenverfahren

(Ebenso: Bereichszählung, Range counting)

Als Spannen werden die Differenzen zwischen zwei benachbarten Extremwerten der Schwingung bezeichnet, **Bild A.1.5**. Die Spannen zwischen einem Minimum und dem nachfolgenden Maximum werden positiv gezählt, die Spannen zwischen einem Maximum und dem nachfolgenden Minimum entsprechend negativ.



Bild A1.5: Spannenverfahren nach [10]

### A.1.6 Spannenpaarverfahren

(Ebenso: Range-pair counting)

Beim Spannenpaarverfahren werden von Talwerten aufwärts positive Spannen und von Gipfelwerten abwärts negative Spannen erfasst, **Bild A.1.6**. Eine Zählung wird aber erst dann vorgenommen, wenn zu einer positiven Spanne eine gleich große negative Spanne, also ein Spannenpaar, aufgetreten ist. Eine kleinere Spanne kann mehrmals gezählt werden, bevor die Zählung einer größeren Spanne ausgelöst wird. An Stelle *A* wird  $s_1$  zum zweiten Mal gezählt, obwohl die Zählungen von  $s_4$  usw. noch offen sind.



Zeit→ Bild A1.6: Spannenpaarverfahren nach [10]

. .

# A.2 Fitten

Ist von einem beliebigen Sachverhalt bekannt, dass er einer linearen Gesetzmäßigkeit

$$y(x) = q \times x + r \tag{GLA.2.1}$$

gehorcht, so kann er durch Ermittlung zweier Stützstellen  $(x_1;y_1)$  und  $(x_2;y_2)$  vollständig beschrieben werden.



Bild A2.1: Mitteln einer Gerade durch mehr als zwei Stützstellen

In **Bild A.2.1** ist eine Gerade mit den Parametern q = -1 und r = 8 gezeichnet. Zusätzlich sind sechs ihrer ursprünglichen Funktionswerte, die durch Zufallszahlen verändert wurden, eingetragen. Es stellt sich die Frage, ob die Parameter aus den sechs fehlerbehafteten Werten ermittelbar sind. Dafür werden diese in Wertebereichen  $-3 \le q \le 1$  und  $6 \le r \le 10$  in Fünftelschritten variiert und für jedes Parameterpaar (q;r) die Summen der quadratischen Abweichungen an den Stützstellen  $(x_i;y_i) A^2_{\Sigma}$  gebildet,

$$A^{2}_{\Sigma}(q;r) = \sum_{i} (q \times x_{i} + r - y_{i})^{2}.$$
 (Gl. A.2.2)

Die beste Näherung der sechs bzw. *i* Stützpunkte durch eine Gerade ergibt sich mit dem Parameterpaar (q;r), für das  $A_{\Sigma}^{2}$  minimal wird.



Bild A2.2: Zum Auffinden der besten Näherung

Grafisch aufgetragen ergibt  $A^2_{\Sigma}(q;r)$  die in **Bild A.2.2** dargestellte trichterförmige Fläche. Das Auffinden des Minimums kann mit dem Lauf einer Kugel verglichen werden, die, unter Vernachlässigung der Trägheit allein von der Gewichtskraft getrieben, den steilsten Weg nach unten nimmt. Lässt man diese von einem beliebigen Startparameterpaar aus laufen, so wird sie immer das Optimum finden, welches hier bei q = -1 und r = 8,2 liegt.

Der etwas zu hoch ermittelte *r*-Wert deckt sich mit den in Bild A.2.1 (zufällig) zu hoch angenommenen Stützpunkten  $(x_i, y_i)$ . Ein Fitten mit nur zwei Stützstellen hätte höchst wahrscheinlich weitaus größere Abweichungen zur Folge gehabt. Hier wird deutlich, dass eine hohe Anzahl von Stützstellen die

Näherung begünstigt und somit Messungenauigkeiten kompensiert werden können.

Weniger anschaulich sind Anwendungen auf reale Probleme, die in zweierlei Hinsicht mehrdimensional sein dürfen:

- Neben linienförmigen Funktionen y(x) können auch flächenförmige z(x;y) oder noch höherdimensionale Funktionen gefittet werden. Die hier verwendeten Bezeichnungen 2D- und 3D-Fit beziehen sich auf die Anzahl der Koordinaten.
- 2. Die Parameterzahl ist ebenso unbegrenzt, setzt aber eine mindestens genauso große Anzahl von Stützstellen voraus. In diesen Fällen bewegt sich die oben erwähnte Kugel nicht auf einem 2D-Gebilde (Trichterfläche), sondern in einem multidimensionalen Gebilde, welches mehrere lokale Minima aufweisen kann. Hier kann die Kugel in einer Mulde zum Liegen kommen, die nicht das Optimum repräsentiert.

Da also bei vieldimensionalen Problemen nur das absolute Minimum die optimale Näherung beschreibt, müssen für jedes Problem iterativ geeignete Startparameter ermittelt werden.

Das Wesen des Fittens liegt darin, dass nur die Bereiche des Trichters berechnet werden, die von der Kugel überlaufen werden. Alle anderen Punkte sind bedeutungslos, da die Kugel allein den Gesetzen der Schwerkraft folgt. Im Beispiel von Bild A.2.2, wurde der gesamte Trichter berechnet und somit das Optimum auch visuell erfassbar gemacht. Bei Anwendung auf höherdimensionale Gebilde zeigt sich jedoch schnell der Vorteil des Fittens, nur den Weg von den Startwerten hin zum Optimum zu berechnen.

Durch Fitten kann das Optimum mit einer beliebigen Genauigkeit lokalisiert werden. Die Kugel bewegt sich also nicht auf einem Fünftelraster wie im Beispiel. Bei den durchgeführten Untersuchungen wurde als Abbruchkriterium eine Änderung aller Parameter von jeweils minimal 0,1% gewählt. Ferner

wurde eine empirisch ermittelte maximale Schrittzahl von 5000 vorgeschrieben, um Irrläufer zu stoppen.

Im Gegensatz zu dem linearen Beispiel werden bei diesen Untersuchungen ausschließlich Gaußkurven und Abkömmlinge von diesen gefittet. Wegen ihres exponentiellen Charakters streben sie bei großen *x*-Beträgen gegen Null, ergeben in diesen Bereichen kleine Fehlerquadrate und sind somit schwierig anzunähern. Durch Logarithmieren der Funktionswerte können bessere Näherungen erzielt werden, wie **Bild A.2.3** verdeutlicht.



Bild A2.3 Fitten exponentieller Funktionen

Bei linearer Ordinatenskalierung scheint die Kurve mit der Streuung  $\sigma_2$  die bessere Näherung an die durch Zufallszahlen verzerrten Werte darzustellen. Nach dem Logarithmieren wird jedoch deutlich, dass die kleinen Werte weit verfehlt wurden und die Näherung mit der Steuung  $\sigma_1$  insgesamt besser zutrifft.

### Lebenslauf

#### Persönliches:

Jan Henrik Weychardt, geboren am 1. September 1968 in Bremen, verheiratet mit Karin, geb. Wendtlandt eine Tochter, Sinja Henrike, 2 Jahre alt

#### Schulbildung:

1974 - 1978	Grundschule Glücksburg/Ostsee
1978 - 1987	Altes Gymnasium Flensburg,
	mathematisch-naturwissenschaftlicher Zweig
19.05.1987	Abitur

#### Wehrdienst:

1988 - 1989 <b>(</b>	Grundwehrdienst
----------------------	-----------------

#### Ausbildung:

1988	Grundpraktikum bei Fa. Anthon GmbH&Co.
	Maschinenfabrik, Flensburg
1989 - 1995	Maschinenbaustudium,
	Technische Universität Braunschweig
1995	Hauptpraktikum an der
	Flensburger Schiffbaugesellschaft
26.09.1995	Diplom
Berufstätigkeit:	
1995 - 2000	Wissenschaftlicher Mitarbeiter
	Institut für Maschinenelemente und
	Fördertechnik, Abteilung Antriebstechnik
seit 01.08.2000	Fa. Anthon GmbH&Co. Maschinenfabrik,
	Flensburg